OPCIÓN A

EJERCICIO 1_A

Sea el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 0 \\ x + 2z &= -1 \\ -x + y - 2z &= 0 \end{aligned}$$

a) (1 punto) Exprésalo en forma matricial.
b) (1 punto) Calcule la matriz inversa de la matriz de coeficientes.
e) (1 punto) Resuélvalo.

Solución

Sea el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 0 \\ x + 2z &= -1 \\ -x + y - 2z &= 0 \end{aligned}$$

a) (1 punto) Exprésalo en forma matricial.

Sea A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ la matriz de los coeficientes y $A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ la matriz ampliada.

Si X es la matriz X = $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y B = $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, **el sistema en forma matricial es $A\cdot X = B$**.

b)
Calcule la matriz inversa de la matriz de coeficientes.

La matriz A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ tiene matriz inversa $A^{-1} = (1/|A|)\cdot Adj(A^t)$ si su determinante det(A) = $|A| \neq 0$.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \end{vmatrix} \begin{matrix} F_1 - F_3 \\ \\ \\ \end{matrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \end{vmatrix} \begin{matrix} \text{Adjuntos} \\ \text{segunda} \\ \text{columna} \end{matrix} = 1\cdot(-1)\cdot(4-3) = -1 \neq 0,$$ luego existe $A^{-1} = (1/|A|)\cdot Adj(A^t)$.

$A^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$; $Adj(A^t) = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$; luego $\mathbf{A^{-1}} = (1/|A|)\cdot Adj(A^t) = (1/-1)\cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

e)
Resuélvalo.

De $A\cdot X = B$, multiplicando por la izquierda por A^{-1} tenemos $A^{-1}\cdot A\cdot X = A^{-1}\cdot B \rightarrow I_3\cdot X = A^{-1}\cdot B$, por tanto

$X = A^{-1}\cdot B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, es decir **el sistema es compatible determinado y su solución única es (x,y,z) = (3,-1,-2).**

Vamos a resolverlo también por Gauss.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ F_2 - F_1 \\ F_3 + F_1 \end{matrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ F_3 + 2F_1 \end{matrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ F_3 + 2F_1 \end{matrix}$$, por tanto nuestro sistema es

$\begin{cases} x+y+z=0 \\ -y+z=-1 \\ z=-2 \end{cases}$, luego z = -2, y = z+1 = (-2)+1 = -1 y x = -y-z = -(-1)-(-2) = 3, es decir **la solución es (x,y,z) = = (3,-1,-2)**, es decir es un sistema compatible y determinado con solución única.

EJERCICIO 2_A

Una compañía que fabrica bolígrafos lanza al mercado un nuevo producto. Se supone que la relación entre el precio por unidad (x) del nuevo bolígrafo y el beneficio en millones de pesetas b(x) viene dado por la

función $b(x) = -x^2 + 130x - 3000$.
a) (0'5 puntos) ¿Qué beneficio obtiene cuando vende cada bolígrafo a 50 pta.?
b) (1'5 puntos) ¿Entre qué valores debe fijar el precio de venta de cada bolígrafo para obtener un beneficio positivo?
c) (1 punto) Calcule a qué precio debe vender cada bolígrafo para que el beneficio sea máximo.

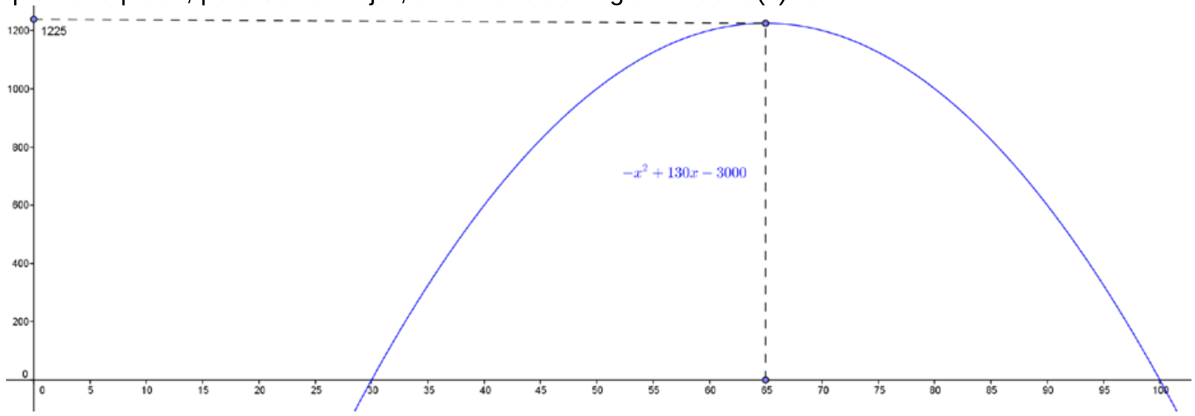
Solución

Una compañía que fabrica bolígrafos lanza al mercado un nuevo producto. Se supone que la relación entre el precio por unidad (x) del nuevo bolígrafo y el beneficio en millones de pesetas b(x) viene dado por la función $b(x) = -x^2 + 130x - 3000$.
a)
¿Qué beneficio obtiene cuando vende cada bolígrafo a 50 pta.?

Me piden **b(50) =** $-(50)^2 + 130(50) - 3000 =$ **1000** millones de pesetas.
b) y c)
¿Entre qué valores debe fijar el precio de venta de cada bolígrafo para obtener un beneficio? Calcule a qué precio debe vender cada bolígrafo para que el beneficio sea máximo.

La gráfica de la función $b(x) = -x^2 + 130x - 3000$ es un parábola, con las ramas hacia abajo ($\cap$), pues el nº que multiplica a x^2 es negativo, por tanto el máximo está en el vértice (es el apartado c)), y la abscisa de dicho vértice es la solución de $b'(x) = 0 = (-x^2 + 130x - 3000)' = 0$, es decir $-2x + 130 = 0$, de donde sale $x = 130/2 = 65$, por tanto el vértice es V(65,b(65)) = V(65,1225). Puntos de corte con los ejes coordenados en (0,b(0))=(0,-3000), y de b(x) = 0 tenemos $-x^2 + 130x - 3000 = 0 \rightarrow x^2 - 130x + 3000 = 0$.
Resolviendo $x = \dfrac{130 \pm \sqrt{130^2 - 4\cdot 3000}}{2} = \dfrac{130 \pm 70}{2}$, de donde x = 30 y x = 100, con lo cual los puntos de corte con el eje OX son (30,0) y (100,0).
Teniendo en cuenta la anterior **para que obtenga un beneficio positivo debe vender cada bolígrafo a más de 30 pts. y a menos de 100 pts.**, porque en 30 y 100 el beneficio es 0 y si es menor de 30 pts. o mayor de 100 pts. el beneficio es negativo.
El máximo beneficio se obtiene en el vértice es decir se obtiene en (65,1225), luego vendiendo cada bolígrafo a 65 pts. obtendrán un beneficio de 1225 millones de ptas.

Aunque no lo piden, pero se ve mejor, un esbozo de la gráfica de b(x) es :



EJERCICIO 3_A

Parte 1

(2 puntos) En un hospital se han producido 60 nacimientos en una semana. De ellos 35 son varones y de éstos 21 tienen el pelo negro. Asimismo, se ha observado que de las niñas nacidas 10 no tienen el pelo negro.
Basándose en estos datos razone si tener el pelo negro depende, o no, del sexo.

Solución

En un hospital se han producido 60 nacimientos en una semana. De ellos 35 son varones y de éstos 21 tienen el pelo negro. Asimismo, se ha observado que de las niñas nacidas 10 no tienen el pelo negro.
Basándose en estos datos razone si tener el pelo negro depende, o no, del sexo.

Llamemos V, M, N y N^C, a los sucesos siguientes, "varón", "mujer", "tener pelo negro", y "no tener pelo negro r", respectivamente.

Este problema es muy fácil de realizar utilizando una **tabla de contingencia** (tabla de doble entrada. La

suma de los totales coincide), y después utilizando la definición de probabilidad de Laplace (número de casos favorables partido por número de casos posibles).
También se podría hacer por un diagrama de árbol.

	V	M	Totales
N	21		
N^C		10	
Totales	35		60

Completamos la tabla de contingencia sabiendo que tanto la suma en horizontal como en vertical dan los totales. He puesto en negrita los números que he completado.

	V	M	Totales
N	21	**15**	**36**
N^C	**14**	10	**24**
Totales	35	**25**	60

Tenemos que ver si tener el pelo negro depende, o no, del sexo, es decir:
Si p(N) = p(N/H) y si p(N) = p(N/M)

p(N) = $\frac{\text{Total pelo negro}}{\text{Total personas}}$ **= 36/60 = 0'6**.

p(N/H) = $\frac{p(N\cap H)}{p(H)} = \frac{\text{Total pelo negro y varones}}{\text{Total varones}}$ **= 21/35 = 0'6.**

p(N/M) = $\frac{p(N\cap M)}{p(M)} = \frac{\text{Total pelo negro y mujeres}}{\text{Total mujeres}}$ **= 15/25 = 0'6.**

Como los valores son iguales, tener el pelo negro no depende del sexo

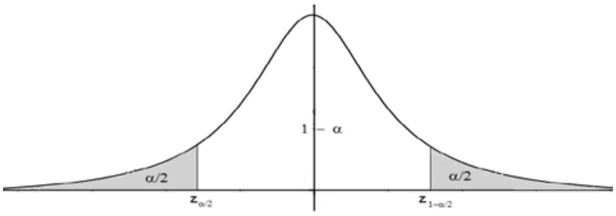
EJERCICIO 3_A

Parte 2

En una población, una variable aleatoria sigue una ley normal de media desconocida y desviación típica 20.
a) (1 punto) Si de una muestra de tamaño 25 se ha observado que la media es 2743, determine un intervalo, con el 90% de confianza, para la media de la población.
b) (1 punto) Elegida una muestra, su media ha sido 2740; se ha construido un intervalo de confianza, al 95%, que ha resultado ser (2736'08,2743'92). ¿Cuál era el tamaño de la muestra?

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una N(μ, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$), y generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \rightarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$I.C.(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (a,b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = -z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la <u>media</u> es $\overline{x}$ = (a + b)/2, el <u>error máximo</u> de la estimación es E = $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$*, para el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es b – a = 2·* $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ *= 2·E, de donde E = (b – a)/2, por tanto el <u>tamaño mínimo</u> de la muestra es n =* $\left(\frac{z_{1-\alpha/2}\cdot\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}\cdot\sigma}{b-a}\right)^2$.

En una población, una variable aleatoria sigue una ley normal de media desconocida y desviación típica 20.
a)
Si de una muestra de tamaño 25 se ha observado que la media es 2743, determine un intervalo, con el 90% de confianza, para la media de la población.
Datos del problema: σ = 20, n = 25, $\overline{x}$ = 2743, nivel de confianza = 90% = 0'90 = 1 - α, de donde α = 0'10, es decir $\alpha/2$ = 0'10/2 = 0'05.
De $p(Z \leq z_{1-\alpha/2})$ = 1 - $\alpha/2$ = 1 - 0'05 = 0'95. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'95 no viene, las más próximas son 0'9495 y 0'9505 que corresponden a 1'64 y 1'65, por tanto $z_{1-\alpha/2}$ es la media es decir $z_{1-\alpha/2}$ = (1'64 + 1'65)/2 = 1'645, por tanto el intervalo de confianza pedido es:

$$\text{I.C.}(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(2743 - 1'645\cdot\frac{20}{\sqrt{25}}, 2743 + 1'645\cdot\frac{20}{\sqrt{25}}\right) =$$

= (2736'42, 2749'58).

b)
Elegida una muestra, su media ha sido 2740; se ha construido un intervalo de confianza, al 95%, que ha resultado ser (2736'08,2743'92). ¿Cuál era el tamaño de la muestra?

Datos del problema: Datos del problema: σ = 20, n = 25, $\overline{x}$ = 2740, intervalo de confianza = (a,b) =
= (2736'08 , 2743'92) = $\left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, nivel de confianza = 95% = 0'95 = 1 - α, de donde α = 0'05, es decir $\alpha/2$ = 0'05/2 = 0'025.
De $p(Z \leq z_{1-\alpha/2})$ = 1 - $\alpha/2$ = 1 - 0'025 = 0'975. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'975 viene, y que corresponde a $z_{1-\alpha/2}$ = 1'96, por tanto tenemos:

De b = $\overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, resulta 2743'92 = $2740 + 1'96\cdot\frac{20}{\sqrt{n}}$, tenemos $n \geq \left(\frac{1'96\cdot 20}{2743'92 - 2740}\right)^2$ = 100,
tenemos que **el tamaño mínimo es n = 100**.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1_B

a) (1 punto) Represente gráficamente el recinto definido par las siguientes inecuaciones:

$$2x + y \leq 1000; \quad x + 1'5y \leq 750; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0.$$

b) (1 punto) Halle sus vértices.
c) (1 punto) Obtenga el valor máximo de la función F(x,y) = 15x + 12y en el recinto anterior, así como en qué punto lo alcanza.

Solución

a) b) y c)
Represente gráficamente el recinto definido par las siguientes inecuaciones: $2x + y \leq 1000$; $x + 1'5y \leq 5750$; $x \geq 0$; $y \geq 0$. Halle sus vértices. Obtenga el valor máximo de la función F(x,y) = 15x + 12y en el recinto anterior, así como en qué punto lo alcanza.

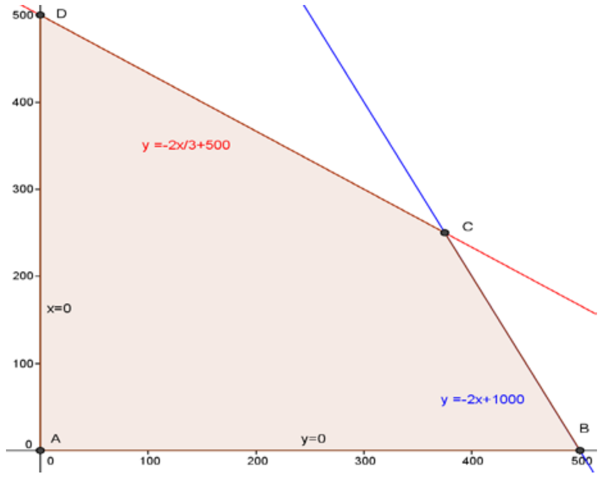
Función Objetivo F(x,y) = 15x + 12y.

Las desigualdades $2x + y \leq 1000$; $x + 1'5y \leq 750$; $x \geq 0$; $y \geq 0$, las transformamos en igualdades, y ya sus gráficas son rectas, 2x + y = 1000; x + 1'5y = 750; x = 0; y = 0.

Para que nos sea más fácil dibujar las rectas (con dos valores es suficiente), despejamos las "y" y tenemos

$$y = -2x + 1000; \; y = -x/1'5 + 750/1'5 = -2x/3 + 500; \quad x = 0; \quad y = 0.$$

Representamos gráficamente las rectas que verifican estas igualdades, y el recinto convexo limitado por las inecuaciones, que será la región factible; en el cual estarán los bordes del recinto delimitado por las inecuaciones dadas.



Calculamos los vértices del recinto convexo, resolviendo las ecuaciones las rectas de dos en dos.

De x = 0 e y = 0, tenemos el punto de corte es A(0,0)
De y = 0 e y = -2x+1000, tenemos 0 = -2x+1000, luego 2x = 1000, de donde x = 500, y el punto de corte es B(500,0)
De y = -2x+1000 e y = -2x/3+500, tenemos -2x+1000 = -2x/3+500, luego -6x+3000 = -2x+1500, por tanto 1500 = 4x, es decir x = 375 e y = 250, y el punto de corte es C(375,250).
De y = -2x/3+500 y x = 0, tenemos y = 500, y el punto de corte es D(0,500).

Vemos que el polígono convexo cerrado tiene por vértices los puntos: A(0,0), B(500,0), C(375,250) y D(0,500).

Calculemos el máximo de la función F(x,y) = 15x + 12y en dicha región convexa.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que su máximo y mínimo absoluto están en la región acotada convexa, y que estos extremos deben estar situados en algún vértice del recinto, por lo que evaluamos F en los puntos anteriores A(0,0), B(500,0), C(375,250) y D(0,500). En el caso de que coincidan en dos vértices consecutivos la solución es todo el segmento que los une.

F(0,0) = 15(0) + 12(0) = 0; F(500,0) = 15(500) + 12(0) = 7500;
F(375,250) = 15(375) + 12(250) **= 8625**; F(0,500) = 15(0) + 12(500) = 6000.

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que **el máximo absoluto de la función F en la región es 8625** (el mayor en los vértices) y **se alcanza en el vértice C(375,250).**

EJERCICIO 2_B

Sea la función $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si} \quad x < -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & \text{si} \quad -1 < x \le 1 \\ 1 + \ln(x) & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$ (ln: indica logaritmo neperiano)

a) (1 punto) Estudie su continuidad.
b) (1'5 puntos) Estudie la derivabilidad, obteniendo la función derivada.
c) (0'5 puntos) Calcule, si es posible, f'(0) y f'(2).

Solución

a) b) y c)

Sea la función $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si} \quad x < -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & \text{si} \quad -1 < x \le 1 \\ 1 + \ln(x) & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$ (ln: indica logaritmo neperiano)

Estudie su continuidad. Estudie la derivabilidad, obteniendo la función derivada. Calcule, si es posible, f'(0) y f'(2).

La función e^x es continua y derivable en todo R, en particular en x < -1.
La función 4/(x+3) es continua y derivable en todo R - {-3} (nº que anula el denominador, en particular

en $-1 < x < 1$.
La función $1 + \ln(x)$ es continua y derivable en todo $(0,+\infty)$, en particular en $x > 1$.

Veamos si f es continua en $x = -1$ y $x = 1$.
Sabemos que f es continua en $x = -1$ si $f(-1) = \lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x)$.

Vemos que f(-1) no existe luego f no es continua en x = -1 y por tanto no es derivable en x = -1
Veamos no obstante los límites laterales
$\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-} e^x = e^{-1} = 1/e$; $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} 4/(x+3) = 4/(-1+3) = 2$, y observamos que **ni siquiera coinciden los límites laterales.**

Sabemos que f es continua en $x = 1$ si $f(1) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x)$.
$f(1) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} 4/(1+3) = 4/(4) = 1$; $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} (1 + \ln(x)) = (1 + \ln(1)) = 1 + 0 = 1$, por tanto **f(x) es continua en x = 1.**

Recapitulando f es continua en R- {-1}.

Veamos la derivabilidad en x = 1.

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si} \quad x < -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & \text{si} \quad -1 < x \le 1 \\ 1 + \ln(x) & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}; \quad f'(x) = \begin{cases} e^x & \text{si} \quad x < -1 \\ \dfrac{-4}{(x+3)^2} & \text{si} \quad -1 < x < 1 \\ \dfrac{1}{x} & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

f(x) es derivable en x = 1 si $\lim_{x\to 1^-} f'(x) = \lim_{x\to 1^+} f'(x)$, estamos viendo la continuidad de la derivada.
$\lim_{x\to 1^-} f'(x) = \lim_{x\to 1^-} -4/(x+3)^2 = 4/(4)^2 = 1/4$; $\lim_{x\to 1^+} f'(x) = \lim_{x\to 1^+} 1/x = 1/1 = 1$; como los resultados no coinciden, **f(x) no es derivable en x = 1.**

Recapitulando f es derivable en R- {-1,1}, y su función derivada es $f'(x) = \begin{cases} e^x & \text{si} \quad x < -1 \\ \dfrac{-4}{(x+3)^2} & \text{si} \quad -1 < x < 1 \\ \dfrac{1}{x} & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$.

El x = 0 está en $-1 < x < 1$, luego $f'(x) = \dfrac{-4}{(x+3)^2}$, y por tanto $\mathbf{f'(0)} = \dfrac{-4}{(0+3)^2}$ **= - 4/9.**

El x = 2 está en $x > 1$, luego $f'(x) = \dfrac{1}{x}$, y por tanto $\mathbf{f'(2)} = \dfrac{1}{2}$ **= 0'5.**

EJERCICIO 3_B

Parte 1

Una determinada población está formada, a partes iguales, por hombres y mujeres. La probabilidad de que un individuo de esa población no lea ningún periódico es 0'25. Además, el porcentaje de individuos que o bien leen algún periódico o bien son hombres es el 95%. Se elige, al azar, una persona.
a) (1 punto) Halle la probabilidad de "ser hombre y leer algún periódico".
b) (1 punto) Halle la probabilidad de que lea algún periódico, sabiendo que es hombre.

Solución

Una determinada población está formada, a partes iguales, por hombres y mujeres. La probabilidad de que un individuo de esa población no lea ningún periódico es 0'25. Además, el porcentaje de individuos que o bien leen algún periódico o bien son hombres es el 95%. Se elige, al azar, una persona.
a)
Halle la probabilidad de "ser hombre y leer algún periódico".

Llamamos M, H, L y L^C, a los sucesos "ser mujer", "ser hombre", "leer algún periódico" y "no leer ningún periódico".

Del problema tenemos p(M) = 0'5, p(H) = 0'5, $p(L^C)$ = 0'25, 0'5, p(Hombre o lee) = $p(H\cup L)$ = 95% = 0'95.

Sabemos que $p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B)$; $p(A/B) = \frac{p(A\cap B)}{p(B)}$; $p(B) = 1 - p(B^C)$; A y B son independientes si $p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B)$; A es independiente de B si $p(A) = p(A/B)$; $p(A^C) = 1 - p(A)$
$p(A^C\cap B^C)$ = {Ley de Morgan} = $p(A\cup B)^C$ = {suceso contrario} = $1 - p(A\cup B)$; $p(A\cap B^C) = p(A) - p(A\cap B)$.

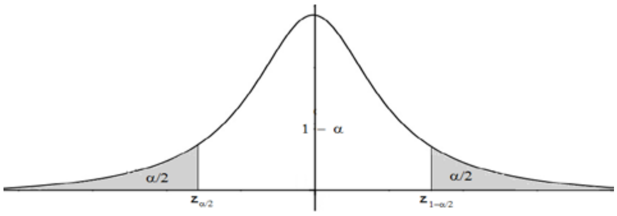
Me piden **p(Hombre y leer) = p(H∩L)**
De $p(H\cup L) = p(H) + p(L) - p(H\cap L) = p(H) + (1 - p(L^C)) - p(H\cap L)$, tenemos 0'95 = 0'5 + 0'75 – p(H∩L), de donde **p(H∩L)** = 0'5 + 0'75 – 0'95 **= 0'3**.
b)
Halle la probabilidad de que lea algún periódico, sabiendo que es hombre.

Me piden **p(Leer sabiendo es hombre) = p(L/H)**
Luego **p(L/H) =** $\frac{p(L\cap H)}{p(H)}$ = 0'3/0'5 **= 3/5 = 0'6.**

EJERCICIO 3_B
Parte 2
(2 puntos) El tiempo de vida de un tipo de insecto sigue una distribución normal con media desconocida y desviación típica 25 días. Para estimar la vida media se hace un seguimiento a la duración de la vida de una muestra de n insectos. Calcule el valor de n para que el intervalo de confianza de esta media, con un nivel de confianza del 95%, tenga una amplitud como máximo de 5 días.

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, y generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \to N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$I.C.(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (a,b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = - z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la *media* *es* $\overline{x} = (a + b)/2$*, el* *error máximo* *de la estimación es* $E = z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$*, para el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es* $b - a = 2\cdot z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2\cdot E$*, de donde* $E = (b - a)/2$*, por tanto el* *tamaño mínimo* *de la muestra es* $n = \left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}.\sigma}{b - a}\right)^2$.

El tiempo de vida de un tipo de insecto sigue una distribución normal con media desconocida y desviación típica 25 días. Para estimar la vida media se hace un seguimiento a la duración de la vida de una muestra de n insectos. Calcule el valor de n para que el intervalo de confianza de esta media, con un nivel de confianza del 95%, tenga una amplitud como máximo de 5 días.

Datos del problema: $\sigma = 25$, amplitud = b – a = 5, nivel de confianza = 95% = 0'95 = $1 - \alpha$, de donde α = = 0'05, es decir $\alpha/2$ = 0'05/2 = 0'025.
De $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$ = 1 - 0'025 = 0'975. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'975 viene, y que corresponde a $z_{1-\alpha/2}$ = 1'96.

De amplitud del intervalo es $b - a = 2\cdot z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, tenemos $n = \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}.\sigma}{b - a}\right)^2$, es decir $n = \left(\frac{2\cdot 1'96\cdot 25}{5}\right)^2$ =

= 384'16, **por tanto n = 385.**