OPCIÓN A

EJERCICIO 1_A

(a) (1 punto) Dibuje el recinto limitado por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \le 27; \quad x \ge 12; \quad y \ge 6.$$

(b) (1 punto) Determine los vértices de este recinto.

(c) (1 punto) ¿Cuáles son los valores máximo y mínimo de la función F(x,y) = 90x + 60y en el recinto anterior y en qué puntos alcanza dichos valores?

Solución

a) b) y c)

Dibuje el recinto limitado por las siguientes inecuaciones: $x + y \le 27$; $x \ge 12$; $y \ge 6$. Determine los vértices de este recinto. ¿Cuáles son los valores máximo y mínimo de la función F(x,y) = 90x + 60y en el recinto anterior y en qué puntos alcanza dichos valores?

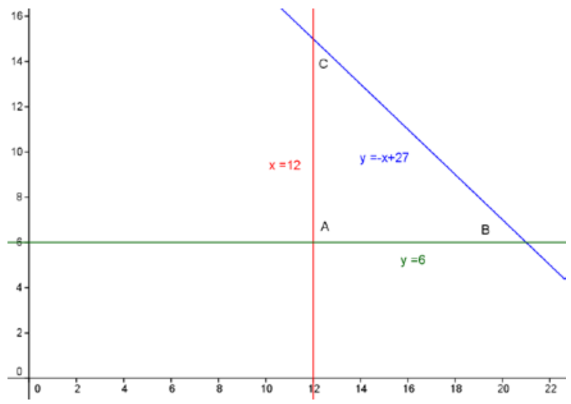
Función Objetivo F(x,y) = 90x + 60.

Las desigualdades $x + y \le 27$; $x \ge 12$; $y \ge 6$, las transformamos en igualdades, y ya sus gráficas son rectas, $x + y = 27$; $x = 12$; $y = 6$.

Para que nos sea más fácil dibujar las rectas (con dos valores es suficiente), despejamos las "y" y tenemos

$$y = -x + 27; \quad x = 12; \quad y = 6.$$

Representamos gráficamente las rectas que verifican estas igualdades, y el recinto convexo limitado por las inecuaciones, que será la región factible; en el cual estarán los bordes del recinto delimitado por las inecuaciones dadas.



Calculamos los vértices del recinto convexo, resolviendo las ecuaciones las rectas de dos en dos.

De x = 12 e y = 6, tenemos el punto de corte es A(12,6)
De y = 6 e y = -x+27, tenemos 6 = -x+27, luego x = 21, y el punto de corte es B(21,6)
De x = 12 e y = -x+27, tenemos y = 15, el punto de corte es C(12,15).

Vemos que el polígono convexo cerrado tiene por vértices los puntos: A(12,6), B(21,6) y C(12,15).

Calculemos el máximo de la función F(x,y) = 90x + 60y en dicha región convexa.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que su máximo y mínimo absoluto están en la región acotada convexa, y que estos extremos deben estar situados en algún vértice del recinto, por lo que evaluamos F en los puntos anteriores A(12,6), B(21,6) y C(12,15). En el caso de que coincidan en dos vértices consecutivos la solución es todo el segmento que los une.

F(12,6) = 90(12) + 60(6) **= 1440**; **F(21,6)** = 90(21) + 60(6) **= 2250**; F(12,15) = 90(12) + 60(15) = 1980.

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que **el mínimo absoluto de la función F en la región es 1440** (el menor en los vértices) y **se alcanza en el vértice A(12,6), y el máximo absoluto de la función F en la región es 2250** (el mayor en los vértices) y **se alcanza en el vértice B(21,6).**

EJERCICIO 2_A

De dos funciones *f* y *g*, se sabe que la representación gráfica de sus funciones derivadas es una recta que pasa por los puntos (0,2) y (2,0) (para la derivada de *f*) y una parábola que corta al eje OX en (0,0) y (4,0) y tiene por vértice (2,1) (para la derivada de *g*). Utilizando las gráficas de tales derivadas:

(a) (2 puntos) Estudie el crecimiento y decrecimiento de *f* y *g*.

(b) (1 punto) Determine, si existen, máximos y mínimos de *f* y *g*.

Solución

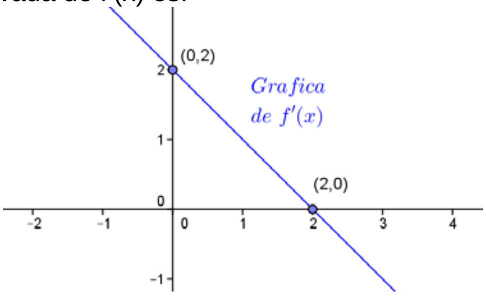
a) y b)

De dos funciones *f* y *g*, se sabe que la representación gráfica de sus funciones derivadas es una recta que pasa por los puntos (0,2) y (2,0) (para la derivada de *f*) y una parábola que corta al eje OX en (0,0) y (4,0) y tiene por vértice (2,1) (para la derivada de *g*). Utilizando las gráficas de tales derivadas:

(a) Estudie el crecimiento y decrecimiento de *f* y *g*. (b) Determine, si existen, máximos y mínimos de *f* y *g*.

La gráfica de la función derivada f'(x), nos dicen que es una recta que pasa por los puntos (0,2) y (2,0).

Un esbozo de la gráfica de la derivada de f'(x) es:



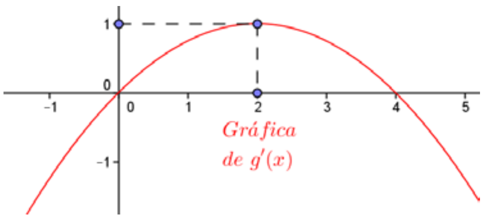
Como f'(x) > 0 en (-∞,2), por tanto f(x) es estrictamente creciente (↗) en (-∞,2).

Como f'(x) < 0 en (2,+∞), por tanto f(x) es estrictamente decreciente (↘) en (2,+∞).

Por definición en x = 2 hay un máximo relativo

La gráfica de la función derivada g'(x), nos dicen es una parábola que pasa por los puntos (0,0) y (4,0) y tiene por vértice (2,1), por tanto es de la forma (∩).

Un esbozo de la gráfica de la derivada de g'(x) donde están señalados los puntos que me han dado es:



Como g'(x) > 0 en (0,4), por tanto g(x) es estrictamente creciente (↗) en (0,4).

Como g'(x) < 0 en en (-∞,0)∪(4,+∞), por tanto f(x) es estrictamente decreciente (↘) en (-∞,0)∪(4,+∞).

Por definición en x = 0 hay un mínimo relativo
Por definición en x = 4 hay un máximo relativo

EJERCICIO 3_A

Parte I

Una experiencia aleatoria consiste en preguntar a tres personas distintas, elegidas al azar, si son partidarias o no de consumir un determinado producto.

(a) (1 punto) Escriba el espacio muestral asociado a dicho experimento, utilizando la letra "s" para las respuestas afirmativas y la "n" para las negativas.

(b) (0'5 puntos) ¿Qué elementos del espacio muestral anterior constituyen el suceso "al menos dos de las personas son partidarias de consumir el producto"?

(c) (0'5 puntos) Describa el suceso contrario de "más de una persona es partidaria de consumir el producto".

Solución

Una experiencia aleatoria consiste en preguntar a tres personas distintas, elegidas al azar, si son partidarias o no de consumir un determinado producto.

(a)

Escriba el espacio muestral asociado a dicho experimento, utilizando la letra "s" para las respuestas afirmativas y la "n" para las negativas.

A parte de lo que nos dice el problema añadimos subíndices para indicar el orden en que responden las personas.

Espacio muestral **E = {$s_1s_2s_3$; $s_1s_2n_3$; $s_1n_2s_3$; $n_1s_2s_3$; $s_1n_2n_3$; $n_1s_2n_3$; $n_1n_2s_3$; $n_1n_2n_3$}** hay 8 sucesos elementales.

(b)

¿Qué elementos del espacio muestral anterior constituyen el suceso "al menos dos de las personas son partidarias de consumir el producto"?

La respuesta es el suceso **A =** {$s_1s_2s_3$; $s_1s_2n_3$; $s_1n_2s_3$; $n_1s_2s_3$}

(c)

Describa el suceso contrario de "más de una persona es partidaria de consumir el producto".

B = más de una persona es partidaria de consumir el producto = {$s_1s_2s_3$; $s_1s_2n_3$; $s_1n_2s_3$; $n_1s_2s_3$}, **su contrario es B^C =** {$s_1n_2n_3$; $n_1s_2n_3$; $n_1n_2s_3$; $n_1n_2n_3$}

EJERCICIO 3_A

Parte II

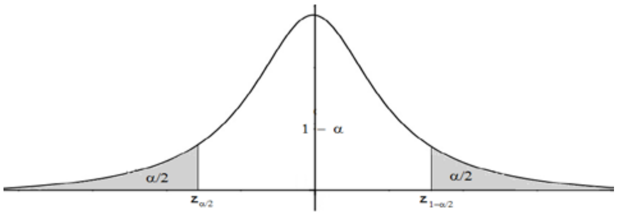
Se ha tomado una muestra aleatoria de 100 individuos a los que se ha medido el nivel de glucosa en sangre, obteniéndose una media muestral de 110 mg/cc. Se sabe que la desviación típica de la población es de 20 mg/cc.

(a) (1'5 puntos) Obtenga un intervalo de confianza, al 90%, para el nivel de glucosa en sangre en la población.

(b) (0'5 puntos) ¿Qué error máximo se comete con la estimación anterior?

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una N(μ, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$), y generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \to N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$I.C.(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (a,b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = -z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la <u>media</u> es $\overline{x} = (a + b)/2$, el <u>error máximo</u> de la estimación es E = $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, para el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es b – a = 2· $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ = 2·E, de donde E = (b – a)/2, por tanto el <u>tamaño mínimo</u> de la muestra es n = $\left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}.\sigma}{b-a}\right)^2$.

Se ha tomado una muestra aleatoria de 100 individuos a los que se ha medido el nivel de glucosa en sangre, obteniéndose una media muestral de 110 mg/cc. Se sabe que la desviación típica de la población es de 20 mg/cc.

(a)

Obtenga un intervalo de confianza, al 90%, para el nivel de glucosa en sangre en la población.

Datos del problema: n = 100, $\overline{x}$ = 110, σ = 20, nivel de confianza = 90% = 0'90 = 1 - α, de donde α = 0'10, es decir α/2 = 0'10/2 = 0'05.

De $p(Z \le z_{1-\alpha/2})$ = 1 - α/2 = 1 - 0'05 = 0'95. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'95 no viene, las más próximas son 0'9495 y 0'9505 que corresponden a 1'64 y 1'65, por tanto $z_{1-\alpha/2}$ es la media es decir $z_{1-\alpha/2}$ = (1'64 + 1'65)/2 = 1'645, por tanto el intervalo de confianza pedido es:

$$\text{I.C.}(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(110 - 1'645\cdot\frac{20}{\sqrt{100}}, 110 + 1'645\cdot\frac{20}{\sqrt{100}}\right) = \mathbf{(106'71,113'29).}$$

(b)
¿Qué error máximo se comete con la estimación anterior?

Datos del problema: Datos del problema: $\sigma = 20$, $n = 100$, $z_{1-\alpha/2} = 1'645$, por tanto tenemos:

De Error = E = $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, sale $\mathbf{E} \le \frac{1'645\cdot 20}{\sqrt{100}} = \mathbf{3'29}$.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1_B

En una tienda, un cliente se ha gastado 15000 ptas en la compra de 12 artículos entre discos, libros y carpetas. Cada disco le ha costado 2000 ptas, cada libro 1500 ptas y cada carpeta 500 ptas. Se sabe que entre discos y carpetas hay el triple que de libros.
(a) (1'5 puntos) Formule el sistema de ecuaciones asociado al enunciado anterior.
(b) (1'5 puntos) Determine cuántos artículos ha comprado de cada tipo.

Solución

En una tienda, un cliente se ha gastado 15000 ptas en la compra de 12 artículos entre discos, libros y carpetas. Cada disco le ha costado 2000 ptas, cada libro 1500 ptas y cada carpeta 500 ptas. Se sabe que entre discos y carpetas hay el triple que de libros.
(a)
Formule el sistema de ecuaciones asociado al enunciado anterior.

x = Número de discos.
y = Número de libros.
z = Número de carpetas.

De "compra de 12 artículos entre discos, libros y carpetas" $\rightarrow$ $x + y + z = 12$.
De "gastado 15000 ptas, disco 2000 ptas, libro 1500 ptas y carpeta 500 ptas"
$\rightarrow$ $2000x + 1500y + 500z = 15000$.
De "entre discos y carpetas hay el triple que de libros" $\rightarrow$ $x + z = 3y$.

El sistema pedido es: $\begin{cases} x + y + z = 12 \\ 2000x + 1500y + 500z = 15000 \\ x + z = 3y \end{cases}$ o $\begin{cases} x + y + z = 12 \\ 4x + 3y + z = 30 \\ x - 3y + z = 0 \end{cases}$

(b)
Determine cuántos artículos ha comprado de cada tipo.

Resolvemos el sistema $\begin{cases} x + y + z = 12 \\ 4x + 3y + z = 30 \\ x - 3y + z = 0 \end{cases}$ por el método de Gauss, poniendo su matriz asociada.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 12 \\ 4 & 3 & 1 & 30 \\ 1 & -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{matrix} \\ F_2 - 4F_1 \\ F_3 - F_1 \end{matrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 12 \\ 0 & -1 & -3 & -18 \\ 0 & -4 & 0 & -12 \end{pmatrix}$$

, por tanto nuestro sistema asociado es $\begin{cases} x+y+z=12 \\ -y-3z=-18 \\ -4y = -12 \end{cases}$, el cual un sistema compatible y determinado, y tiene por soluciones:
De $-4y = -12$, tenemos $y = 3$.
De $-(3) - 3z = -18$, tenemos $z = 5$.
De $x + (3) + (5) = 12$, tenemos $x = 4$. Por tanto **la solución es (x,y,z) = (4,3,5), es decir se compran 4 discos, 3 libros y 5 carpetas**.

EJERCICIO 2_B

Sea $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & \text{si} \quad x < -1 \\ 2x + 2 & \text{si} \quad -1 \le x \le 2 \\ -x^2 + 8x & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$

(a) (1 punto) Estudie su continuidad y derivabilidad.

(a) (2 puntos) Represente gráficamente la función y, a la vista de su gráfica, determine sus máximos y mínimos relativos, así como el crecimiento y decrecimiento.

Solución

Sea $f(x) = \begin{cases} x^2+2x+1 & \text{si} \quad x<-1 \\ 2x+2 & \text{si} \quad -1\le x\le 2 \\ -x^2+8x & \text{si} \quad x>2 \end{cases}$

(a)
Estudie su continuidad y derivabilidad.

Sabemos que si una función es derivables es continua, pero si no es continua tampoco es derivable.

$x^2 + 2x + 1$ es continua y derivable en R, en particular en $x < -1$.
$2x + 2$ es continua y derivable en R, en particular en $-1 < x < 2$.
$-x^2 + 8x$ es continua y derivable en R, en particular en $x > 2$.

Veamos la continuidad y la derivabilidad de f en $x = -1$ y $x = 2$.

f(x) es continua en $x = -1$ si $f(-1) = \lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^+} f(x)$.

$\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-} (x^2 + 2x + 1) = (-1)^2 + 2(-1) + 1 = 0$;

$f(-1) = \lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1^+} (2x + 2) = 2(-1) + 2 = 0$, como son iguales **f(x) es continua en x = -1**.

f(x) es continua en $x = 2$ si $f(4) = \lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x)$.

$f(2) = \lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} (2x + 2) = 2(2) + 4 = 8$;

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} (-x^2 + 8x) = -(2)^2 + 8(2) = 12$, como no son iguales **f(x) no es continua en x = 2, y por tanto tampoco es derivable en x = 2.**.

Recapitulando **f es continua en R – {2}.**

$f(x) = \begin{cases} x^2+2x+1 & \text{si} \quad x<-1 \\ 2x+2 & \text{si} \quad -1\le x\le 2 \\ -x^2+8x & \text{si} \quad x>2 \end{cases}$; tenemos $f'(x) = \begin{cases} 2x+2 & \text{si} \quad x<-1 \\ 2 & \text{si} \quad -1< x< 2 \\ -2x+8 & \text{si} \quad x>2 \end{cases}$

Sólo queda ver si f es derivable en $x = -1$

f(x) es derivable en $x = -1$ si $\lim_{x\to -1^-} f'(x) = \lim_{x\to -1^+} f'(x)$, estamos viendo la continuidad de la derivada.

$\lim_{x\to -1^-} f'(x) = \lim_{x\to -1^-} (2x+2) = 2(-1)+2 = 0$; $\lim_{x\to -1^+} f'(x) = \lim_{x\to -1^+} (2) = 2$. Como los resultados no coinciden, **f(x) no es derivable en x = -1.**

Luego $f'(x) = \begin{cases} 2x+2 & \text{si} \quad x<-1 \\ 2 & \text{si} \quad -1< x< 2 \\ -2x+8 & \text{si} \quad x>2 \end{cases}$.

Recapitulando **f es derivable en R – {-1,2}.**

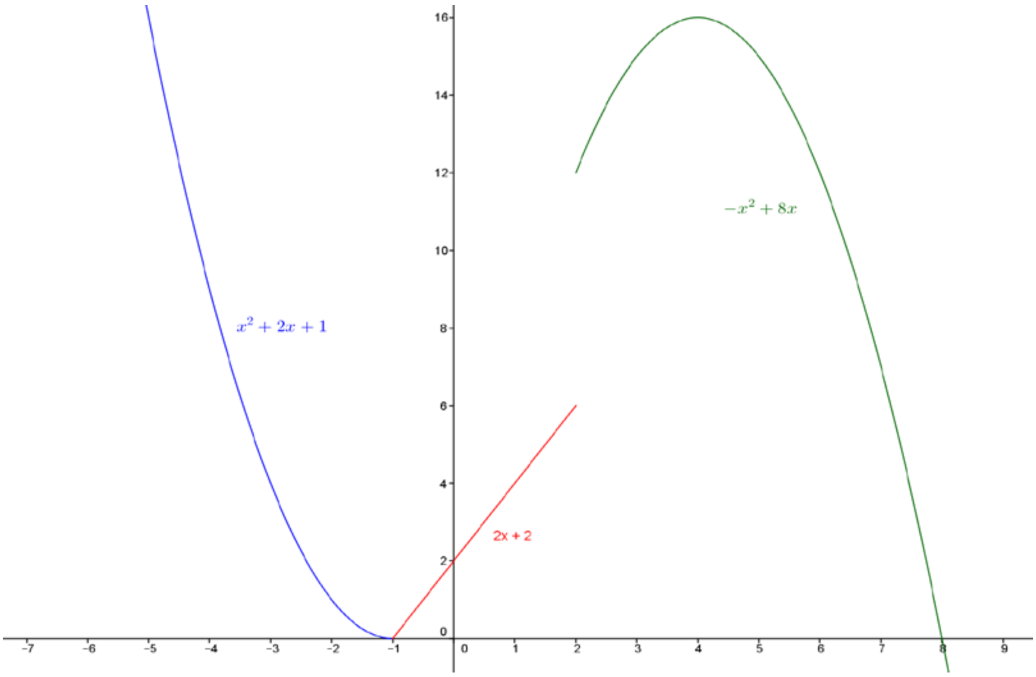
(a)
Represente gráficamente la función y, a la vista de su gráfica, determine sus máximos y mínimos relativos, así como el crecimiento y decrecimiento.

La gráfica de $x^2 + 2x + 1$ $(x < -1)$ es un trozo de parábola, con las ramas hacia arriba $\cup$ (el nº que multiplica a x^2 es positivo), con vértice V de abscisa la solución de $f'(x) = 0 = 2x + 2$, de donde $x = -1$ (no está en su dominio, pero es continua en él) y $V(-1,f(-1)) = (-1,0)$, y pasa por el punto $(-2,f(2)) =$
$= (-2,1)$.

La gráfica de $2x + 2$ $(-1 \le x \le 2)$ es una segmento que no pasa por el origen, con pendiente positiva y pasa por los puntos $(-1,0)$ y $(2,6)$.

La gráfica de $-x^2 + 8x$ $(x > 2)$ es un trozo de parábola, con las ramas hacia abajo $\cap$ (el nº que multiplica a x^2 es negativo), con vértice V de abscisa la solución de $f'(x) = 0 = -2x+8$, de donde $x = 4$ y $V(4,f(4)) = (4,16)$, y pasa por los puntos $(2+,f(2)) = (2,12)$ y $(6,f(6)) = (6,12)$.

Teniendo en cuenta lo anterior un esbozo de la gráfica de f es:



Observando la gráfica vemos que f es estrictamente decreciente $(\searrow)$ en $(-\infty,-1)\cup(4,+\infty)$, y que f es estrictamente creciente $(\nearrow)$ en (-1,4).

Por definición en x = -1 hay un mínimo relativo (no derivable) que vale f(-1) = 0.
Por definición en x = 4 hay un máximo relativo (vértice de la parábola) que vale f(4) = 16.

EJERCICIO 3_B

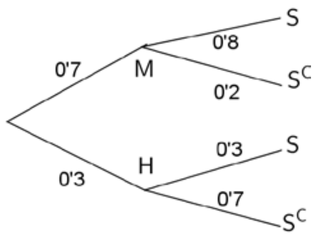
Parte I

En un supermercado, el 70% de las compras las realizan las mujeres; de las compras realizadas por éstas, el 80% supera las 2000 ptas., mientras que de las compras realizadas por hombres sólo el 30% supera esa cantidad.
(a) (1 punto) Elegido un ticket de compra al azar, ¿cuál es la probabilidad de que supere las 2000 ptas.?
(b) (1 punto) Si se sabe que un ticket de compra no supera las 2000 ptas., ¿cuál es la probabilidad de que la compra haya sido hecha por una mujer?

Solución

En un supermercado, el 70% de las compras las realizan las mujeres; de las compras realizadas por éstas, el 80% supera las 2000 ptas., mientras que de las compras realizadas por hombres sólo el 30% supera esa cantidad.
(a)
Elegido un ticket de compra al azar, ¿cuál es la probabilidad de que supere las 2000 ptas.?

Llamamos M, H, S y S^C, a los sucesos "ser mujer", "ser hombre", "supera las 2000 ptas." y "no supera las 2000 ptas".
Del problema tenemos p(M) = 70% = 0'7, p(S/M) = 80% = 0'8, p(S/H) = 30% = 0'3,..
Todo esto lo vemos mejor en un diagrama de árbol (recordamos que las probabilidades que salen desde un mismo nodo suman 1)



Por el Teorema de la Probabilidad Total
p(supere las 2000 ptas.) = p(S) = p(M)·p(S/M) + p(H)·p(S/H) = (0'7)·(0'8) + (0'3)·(0'3) **= 0'65.**
(b)
Si se sabe que un ticket de compra no supera las 2000 ptas., ¿cuál es la probabilidad de que la compra haya sido hecha por una mujer?

Utilizando la Fórmula de Bayes tenemos:

$p(M/S^C)$ = $\dfrac{p(M \cap S^C)}{p(S^C)} = \dfrac{p(M)\cdot(S^C/M)}{1 - p(S)}$ = ((0'7)·(0'2)) / (1 - 0'65) **= 2/5 = 0'4.**

EJERCICIO 3_B

Parte II

La media de edad de los alumnos que se presentan a las pruebas de acceso a la Universidad es de 18'1 años y la desviación típica 0'6 años.

(a) (1 punto) De los alumnos anteriores se elige, al azar, una muestra de 100, ¿cuál es la probabilidad de que la media de la edad de la muestra esté comprendida entre 17'9 y 18'2 años?

(b) (1 punto) ¿Qué tamaño debe tener una muestra de dicha población para que su media esté comprendida entre 17'9 y 18'3 años, con una confianza del 99'5%?

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una N(μ, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$), y generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \rightarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

Trabajamos en una normal N(0,1), para lo cual tenemos que tipificar la variable en la distribución muestral de medias, es decir Z = $\dfrac{\overline{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

La media de edad de los alumnos que se presentan a las pruebas de acceso a la Universidad es de 18'1 años y la desviación típica 0'6 años.

(a)

De los alumnos anteriores se elige, al azar, una muestra de 100, ¿cuál es la probabilidad de que la media de la edad de la muestra esté comprendida entre 17'9 y 18'2 años?

Datos del problema: Distribución de la población $\rightarrow$ N(μ;σ) = N(18'1;0'6); **μ = 18'1**; **σ = 0'6**; n = 100.

La distribución de las medias muestrales es $\overline{X} \rightarrow N(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ = N(18'1; $\frac{0'6}{\sqrt{100}}$) **= N(18'1;0'06).**

Me están pidiendo la probabilidad "p(17'9 ≤ $\overline{X}$ ≤ 18'2)"

Luego p(17'9 ≤ $\overline{X}$ ≤ 18'2) = {tipificamos} = p($\frac{17'9 - 18'1}{0'06}$ ≤ Z ≤ $\frac{18'2 - 18'1}{0'06}$) ≅ p(-3'33 ≤ Z ≤ 1'67) =

= p(Z ≤ 1'67) - p(Z ≤ -3'33) = p(Z ≤ 1'67) - (1 - p(Z ≤ 3'33)) = {Mirando en la tabla} = 0'9525 - (1 - 0'99957) =
= **0'95207**.

(b)

¿Qué tamaño debe tener una muestra de dicha población para que su media esté comprendida entre 17'9 y 18'3 años, con una confianza del 99'5%?

También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$I.C.\ (\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (a,b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = -z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada Z ≈ N(0,1) que verifica $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la <u>media</u> es $\overline{x}$ = (a + b)/2, el <u>error máximo</u> de la estimación es E = $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, para el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es b – a = 2· $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ = 2·E, de donde E = (b – a)/2, por tanto el <u>tamaño mínimo</u> de la muestra es n = $\left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}.\sigma}{b - a}\right)^2$.

Una variable aleatoria sigue una distribución Normal con desviación típica 15.

Datos del problema: Intervalo = (a,b) = $\left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ = (17'9,18'3); nivel de confianza =

= 99'5% = 0'995 = 1 - α, de donde α = 0'005, es decir $\alpha/2$ = 0'005/2 = 0'0025.

De $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 1 - 0'0025 = 0'9975$. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'9975 viene, y que corresponde a $z_{1-\alpha/2} = 2'81$.

De $b - a = 2\cdot z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, tenemos $n \ge \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}.\sigma}{b - a}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot 2'81\cdot 0'6}{18'3 - 17'9}\right)^2$ = 71'0649, luego **n = 72.**