# OPCIÓN A

## EJERCICIO 1_A

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

a) (1'5 puntos) Compruebe que $(A\cdot B)^t = B^t\cdot A^t$ (t indica traspuesta).

b) (1'5 puntos) Halle una matriz X que verifique: $A\cdot B\cdot X = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

### Solución

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

a)
Compruebe que $(A\cdot B)^t = B^t\cdot A^t$ (t indica traspuesta).

Por las propiedades de las matrices traspuestas es cierto que $(A\cdot B)^t = B^t\cdot A^t$. Vamos a comprobarlo con el ejemplo que nos han dado.

$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $A^t = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

De $A\cdot B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, tenemos $\mathbf{(A\cdot B)^t} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$**.**

Tenemos $\mathbf{B^t\cdot A^t} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$**, vemos que es cierto $\mathbf{(A\cdot B)^t = B^t\cdot A^t}$.**

b)
Halle una matriz X que verifique: $A\cdot B\cdot X = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Hemos visto, en el apartado a), que $A\cdot B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = C$. Luego me piden resolver el sistema

$C\cdot X = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Como $|C| = \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -4 + 1 = -3 \neq 0$, existe su matriz inversa $C^{-1} = (1/|C|)\cdot Adj(C^t)$.

$C^t = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; $Adj(C^t) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$; $\mathbf{C^{-1}} = (1/|C|)\cdot Adj(C^t) = \mathbf{(1/-3)\cdot}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2/3 & -1/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$.

Veámoslo también por el método de Gauss:
La matriz C tiene inversa si mediante transformaciones elementales por filas de Gauss podemos llegar de $(C|I_2)$, a la expresión $(I_2|B)$, donde $B = C^{-1}$.

$(C|I_2) = \left(\begin{array}{cc|cc} -2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right)\begin{matrix} \text{Cambio} \\ F_1 \text{ por } F_2 \end{matrix} \approx \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right)\begin{matrix} \\ F_2 + 2F_1 \end{matrix} \approx \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \end{array}\right)\begin{matrix} \\ F_2/3 \end{matrix} \approx \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1/3 & 2/3 \end{array}\right)\begin{matrix} F_1 - 2F_2 \\ F_2/F_1 \end{matrix} \approx$

$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -2/3 & -1/3 \\ 0 & 1 & 1/3 & 2/3 \end{array}\right)$ por tanto $\mathbf{C^{-1}} = \begin{pmatrix} -2/3 & -1/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$**,** y vemos que son iguales.

Como existe $C^{-1}$, multiplicando la expresión $C\cdot X = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ por la izquierda por $C^{-1}$ sale

$C^{-1}\cdot C\cdot X = C^{-1}\cdot\begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow I_2\cdot X = C^{-1}\cdot\begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow X = C^{-1}\cdot\begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Luego $\mathbf{X = C^{-1}}\cdot\begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{= (1/\text{-}3)}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{=} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

## EJERCICIO 2_A

Los ingresos I(x) y los costes anuales C(x), en millones de pesetas, de una fábrica de bolígrafos, dependen del precio de venta x de cada bolígrafo (en pesetas) según las funciones:

$$I(x) = 4x - 9 \quad y \quad C(x) = 0'01x^2 + 3x$$

El beneficio anual es B(x) = I(x) - C(x).
a) (1 punto) ¿Cuál debe ser el precio de venta para obtener el máximo beneficio?
b) (0'5 puntos) ¿Cual es ese beneficio máximo?
c) (1 punto) Represente gráficamente la función beneficio.
d) (0'5 pantos) Razone (sobre la grafica o con la función B(x)) para qué precios de venta tendría perdidas esta empresa.

**Solución**

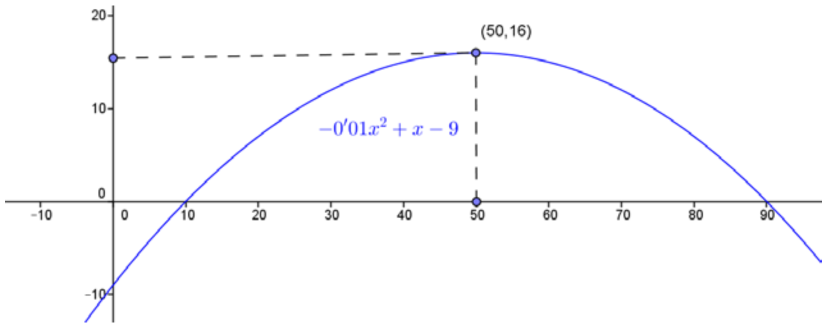
a), b), c) y d)
Los ingresos I(x) y los costes anuales C(x), en millones de pesetas, de una fábrica de bolígrafos, dependen del precio de venta x de cada bolígrafo (en pesetas) según las funciones:

$$I(x) = 4x - 9 \quad y \quad C(x) = 0'01x^2 + 3x$$

El beneficio anual es B(x) = I(x) - C(x).
¿Cuál debe ser el precio de venta para obtener el máximo beneficio? ¿Cual es ese beneficio máximo? Represente gráficamente la función beneficio. Razone (sobre la grafica o con la función B(x)) para qué precios de venta tendría perdidas esta empresa.

c) La gráfica de la función beneficio $B(x) = I(x) - C(x) = (4x - 9) - (0'01x^2 + 3x) = -0'01x^2 + x - 9$, es una parábola que tiene las ramas hacia abajo ($\cap$), porque el nº que multiplica a $x^2$ es negativo; abscisa de su vértice V en $C'(x) = 0 = -0'02x + 1 \rightarrow x = 50$, es decir su vértice es V(50, B(50)) = V(50,16). Sus cortes con los ejes son:
Para x = 0, punto (0,B(0)) = (0,-9).
Para $B(x) = 0 = -0'01x^2 + x - 9 \rightarrow x^2 - 100x + 900 = 0 \rightarrow x = \dfrac{100 \pm \sqrt{100^2 - 4\cdot 900}}{2} = \dfrac{100 \pm 80}{2}$, de donde x = 10 y $x = \dfrac{100 + 20\sqrt{34}}{2} = 90 \rightarrow$ puntos (10,0) y (90,0).

Un esbozo de la función es:




a) y b) En una parábola de la forma ($\cap$) el máximo es el vértice (50,16), por tanto **el máximo beneficio es de 16 millones de pesetas vendiendo cada bolígrafo a 50 ptas.**
d)
Observando la gráfica **la empresa tiene pérdidas (gráfica debajo del eje de abscisas OX) si vende los bolígrafos a menos de 10 ptas. o a más de 90 ptas**.

## EJERCICIO 3_A

Parte 1
A un congreso medico asisten oculistas y pediatras. Sabemos que 240 médicos son andaluces, 135 son navarros y 225 son canarios. El número total de pediatras es 315. De los andaluces, 96 son oculistas y, de los navarros, son oculistas 75.
a) (0'75 pantos) Escogemos un asistente al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que sea un pediatra navarro?
b) (0'75 puntos) Hemos elegido un medico canario, ¿cuál es la probabilidad de que sea oculista?
c) (0'5 puntos) ¿Son independientes los sucesos "ser andaluz" y "ser oculista"?

**Solución**

A un congreso medico asisten oculistas y pediatras. Sabemos que 240 médicos son andaluces, 135 son navarros y 225 son canarios. El número total de pediatras es 315. De los andaluces, 96 son oculistas y, de los navarros, son oculistas 75.

Representamos en la siguiente tabla adjunta los datos del problema, siendo O, P, A, N y C a los sucesos “médico oculista”, médico pediatra”, “médico andaluz”, “médico navarro”, y “médico canario”,

| | A | N | C | Totales |
|---|---|---|---|---|
| O | 96 | 75 | | |
| P | | | | 315 |
| Totales | 240 | 135 | 225 | |

Completamos la tabla de contingencia sabiendo que tanto la suma en horizontal como en vertical dan los totales. He puesto en negrita los números que he completado.

| | A | N | C | Totales |
|---|---|---|---|---|
| O | 96 | 75 | **114** | **285** |
| P | **144** | **60** | **111** | 315 |
| Totales | 240 | 135 | 225 | **600** |

a)

Escogemos un asistente al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que sea un pediatra navarro?

**p(Pediatra Navarro)** = p(A) = $\dfrac{\text{Total pediatras navarros}}{\text{Total medicos}}$ **= 60/600 = 0’1**.

b)

Hemos elegido un medico canario, ¿cuál es la probabilidad de que sea oculista?

**p(Oculista, si es médico canario)** = $\dfrac{\text{Total oculista canarios}}{\text{Total medico canarios}}$ **= 114/225 = 0’1875**.

c)

¿Son independientes los sucesos "ser andaluz" y "ser oculista"?

**Son independientes si p(A∩O) = p(A)·p(O)**

p(A∩O) = $\dfrac{\text{Total oculista andaluces}}{\text{Total medicos}}$ = 96/600 = 0’16;

p(A) = $\dfrac{\text{Total medicos andaluces}}{\text{Total medicos}}$ = 240/600 = 0’4; p(O) = $\dfrac{\text{Total medicos oculistas}}{\text{Total medicos}}$ = 285/600 = 0’475;

Como **p(A∩O) = 96/600 = 0’16 ≠ 0’4·0’475 = 0’119 = p(A)·p(O), los sucesos A ser medico andaluz y O ser medico oculista no son independientes.**

**EJERCICIO 3_A**

Parte 2

(2 puntos) Al calificar los exámenes de un numeroso grupo de opositores, se ha visto que sus puntuaciones siguen una distribución normal con una media de 72 puntos y una desviación típica de 9 puntos. ¿Cuál es la probabilidad de que en una muestra de 16 de esos opositores, elegidos al azar, se obtenga una puntuación media superior a 78 puntos?

**Solución**

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una N(μ, $\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$), y

generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \to N(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}})$

Trabajamos en una normal N(0,1), para lo cual tenemos que tipificar la variable en la distribución muestral de medias, es decir Z = $\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

Al calificar los exámenes de un numeroso grupo de opositores, se ha visto que sus puntuaciones siguen una distribución normal con una media de 72 puntos y una desviación típica de 9 puntos. ¿Cuál es la probabilidad de que en una muestra de 16 de esos opositores, elegidos al azar, se obtenga una puntuación media superior a 78 puntos?

Datos del problema: Distribución de la población $\rightarrow$ N($\mu$;$\sigma$) = N(72;9); **$\mu$ = 72**; **$\sigma$ = 9**; n = 16.

**La distribución de las medias muestrales es** $\overline{X} \rightarrow N(\mu ; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = N(72; \frac{9}{\sqrt{16}})$ **= N(72;2'25).**

Me están pidiendo la probabilidad "p( $\overline{X} \geq 78$)"

**Luego p( $\overline{X}$ ≥ 78)** = {tipificamos} = $p(Z \geq \frac{78 - 72}{2'25}) \cong p(Z \geq 2'67) = 1 - p(Z \leq 2'67)$ = {Mirando en la tabla} =

= 1 - 0'9962 = **0'0038**.

## OPCIÓN B

**EJERCICIO 1_B**

a) (1 punto) Represente gráficamente el recinto definido per el siguiente sistema de inecuaciones:

$$x + y \leq 11; \quad 40x + 30y \geq 360; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0;$$

b) (1 punto) Calcule los vértices de ese recinto.
c) (1 punto) Obtenga en dicho recinto el valor máximo y el mínimo de la función dada por
F(x,y) = 10000x + 7000y, y diga en qué puntos se alcanzan.

**Solución**

a) b) y c)
Represente gráficamente el recinto definido per el siguiente sistema de inecuaciones: $x + y \leq 11$; $40x + 30y \geq 360$; $x \geq 0$; $y \geq 0$. Calcule los vértices de ese recinto. Obtenga en dicho recinto el valor máximo y el mínimo de la función dada por F(x,y) = 10000x + 7000y, y diga en qué puntos se alcanzan.

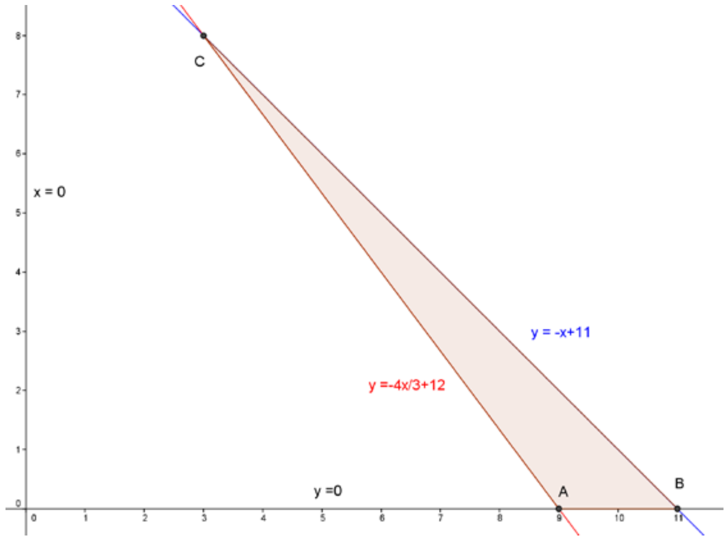
Función Objetivo F(x,y) = 10000x + 7000y.

Las desigualdades $x + y \leq 11$; $40x + 30y \geq 360$; $x \geq 0$; $y \geq 0$, las transformamos en igualdades, y ya sus gráficas son rectas, $x + y = 11$; $40x + 30y = 360$; $x = 0$; $y = 0$.

Para que nos sea más fácil dibujar las rectas (con dos valores es suficiente), despejamos las "y" y tenemos

$$y = -x + 11; \quad y = -4x/3 + 12; \quad x = 0; \quad y = 0.$$

Representamos gráficamente las rectas que verifican estas igualdades, y el recinto convexo limitado por las inecuaciones, que será la región factible; en el cual estarán los bordes del recinto delimitado por las inecuaciones dadas.




Calculamos los vértices del recinto convexo, resolviendo las ecuaciones las rectas de dos en dos.

De y = 0 e y = -4x/3+12, tenemos 0 = -4x/3+12 $\rightarrow$ 4x = 36 $\rightarrow$ x = 9, y el punto de corte es A(9,0)
De y = 0 e y = -x+1, tenemos 0 = -x+11 $\rightarrow$ x = 11, y el punto de corte es B(11,0)
De y = -x+11 e y = -4x/3+12, tenemos -x+11 = -4x/3+12 $\rightarrow$ -3x+33 = -4x+36 $\rightarrow$ x = 3 con lo cual y = 8, y el punto de corte es C(3,8).

Vemos que el polígono convexo cerrado tiene por vértices los puntos: A(9,0), B(11,0) y C(3,8).

Calculemos el máximo de la función F(x,y) = 10000x + 7000y en dicha región convexa.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que su máximo y mínimo absoluto están en la región acotada convexa, y que estos extremos deben estar situados en algún vértice del recinto, por lo que evaluamos F en los puntos anteriores A(9,0), B(11,0) y C(3,8). En el caso de que coincidan en dos vértices consecutivos la solución es todo el segmento que los une.

F(9,0) = 10000(9) + 7000(0) = 90000; **F(11,0)** = 10000(11) + 7000(0) = **110000**;
**F(3,8)** = 10000(3) + 7000(8) **= 86000**.

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que **el mínimo absoluto de la función F en la región es 86000** (el menor valor en los vértices) y **se alcanza en el vértice C(3,8), y el máximo absoluto de la función F en la región es 110000** (el mayor valor en los vértices) y **se alcanza en el vértice B(11,0).**

## EJERCICIO 2_B

Siendo f: R $\rightarrow$ R la función dada por la expresión: $f(x) = \begin{cases} 3x + 5a & \text{si} \quad x < 0 \\ bx^2 + 3 & \text{si} \quad 0 \le x < 2 \\ x^2 - 4 & \text{si} \quad x \ge 2 \end{cases}$

a) (1'5 puntos) Estudie la continuidad de f según los valores de las constantes a, b.
b) (1 punto) Represente la grafica de esta función para a = 1, b = -1 e indique los intervalos de crecimiento de dicha grafica.
c) (0'5 puntos) Justifique si la función del apartado b) presenta, en el intervalo (2,+$\infty$) algún punto de tangente horizontal.

**Solución**

Siendo f: R $\rightarrow$ R la función dada por la expresión: $f(x) = \begin{cases} 3x + 5a & \text{si} \quad x < 0 \\ bx^2 + 3 & \text{si} \quad 0 \le x < 2 \\ x^2 - 4 & \text{si} \quad x \ge 2 \end{cases}$

a)
Estudie la continuidad de f según los valores de las constantes a, b.

Sabemos que si una función es derivable es continua, pero si no es continua tampoco es derivable.

3x + 5a es continua y derivable en R, en particular en x < 0.
$bx^2 + 3$ es continua y derivable en R, en particular en $0 \le x < 2$.
$x^2 - 4$ es continua y derivable en R, en particular en $x \ge 2$.

Veamos la continuidad de f en x = 0 y x = 2.

f(x) es continua en x = 0 si $f(0) = \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x)$.
$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} (3x + 5a) = 3(0) + 5a = 5a$;
$f(0) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} (bx^2 + 3) = b(0)^2 + 3 = 3$, como tienen que ser iguales 5a = 3, **de donde a = 3/5**.
f(x) es continua en x = 2 si $f(2) = \lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x)$.
$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} (bx^2 + 3) = b(2)^2 + 3 = 4b + 3$;
$f(2) = \lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} (-x^2 + 4) = (2)^2 - 4 = 0$, como tienen que ser iguales 4b + 3 = 0, **de donde b = -3/4**

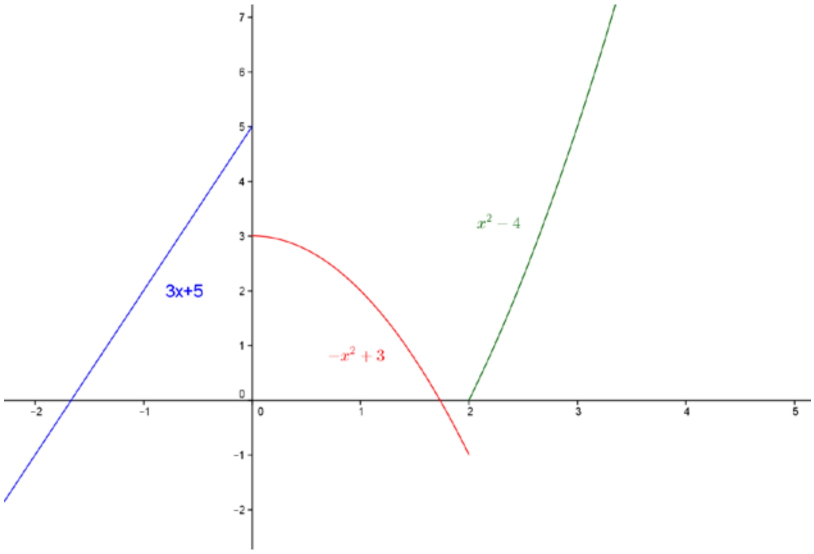
b)
Represente la grafica de esta función para a = 1, b = -1 e indique los intervalos de crecimiento de dicha grafica.

Para a = 1, b = -1 tenemos $f(x) = \begin{cases} 3x + 5 & \text{si} \quad x < 0 \\ -x^2 + 3 & \text{si} \quad 0 \le x < 2 \\ x^2 - 4 & \text{si} \quad x \ge 2 \end{cases}$.

La gráfica de 3x + 5 (x < 0) es una semirrecta que no pasa por el origen, con pendiente positiva y pasa por los puntos $(0^-,5)$ y (-3,4).
La gráfica de $-x^2 + 3$ ($0 \le x \le 2$) es un trozo de parábola, con las ramas hacia abajo $\cap$ (el nº que

multiplica a $x^2$ es negativo) con vértice V de abscisa la solución de f'(x) = 0 = -2x, de donde x = 0 y V(0,f(0)) = (0,3), y pasa por el punto (2,f(2)) = (2,-1).
La gráfica de $x^2 - 4$ (x > 2) es un trozo de parábola, con las ramas hacia arriba ∪ (el nº que multiplica a $x^2$ es positivo), con vértice V de abscisa la solución de f'(x) = 0 = 2x, de donde x = 0 (no está en su dominio) y V(0,f(0)) = (0,-4), y pasa por los puntos (2,f(2)) = (2,0) y (4,f()) = (4,12).

Teniendo en cuenta lo anterior un esbozo de la gráfica de f es:




c)
Justifique si la función del apartado b) presenta, en el intervalo (2,+∞) algún punto de tangente horizontal.

**Observando la gráfica vemos que f es estrictamente creciente $(\nearrow)$ en (2,+∞), por tanto no tiene ningún punto de tangente horizontal**. El único que podría ser, era la abscisa del vértice x = 0, pero no está en el dominio (2,+∞).

## EJERCICIO 3_B

Parte 1
(2 puntos) En un espacio muestral dado se consideran dos sucesos A y B tales que su unión es el suceso seguro y las probabilidades condicionadas entre ellos valen p(A/B) = 1/2 y p(B/A) = 1/3. Halle las probabilidades de los sucesos A y B.

**Solución**

En un espacio muestral dado se consideran dos sucesos A y B tales que su unión es el suceso seguro y las probabilidades condicionadas entre ellos valen p(A/B) = 1/2 y p(B/A) = 1/3. Halle las probabilidades de los sucesos A y B.

Del problema tenemos: A∪B = E = (suceso seguro), luego p(A∪B) = p(E) = 1, p(A/B) = 1/2, p(B/A) = 1/3.

Sabemos que p(A∪B) = p(A) + p(B) - p(A∩B); p(A/B) = $\frac{p(A \cap B)}{p(B)}$; p(B) = 1 - p($B^C$); A y B son independientes si p(A∩B) = p(A)·p(B); A es independiente de B si p(A) = p(A/B); p($A^C$) = 1 – p(A)
p($A^C$∩$B^C$) = {Ley de Morgan} = p($(A∪B)^C$) = {suceso contrario} = 1 - p(A∪B); p(A∩$B^C$) = p(A) - p(A∩B).

De p(A∪B) = p(A) + p(B) - p(A∩B), tenemos 1 = p(A) + p(B) - p(A∩B).

De p(A/B) = 1/2 tenemos 1/2 = $\frac{p(A \cap B)}{p(B)}$, de donde p(B) = 2·p(A∩B).

De p(B/A) = 1/3 tenemos 1/3 = $\frac{p(A \cap B)}{p(A)}$, de donde p(A) = 3·p(A∩B)..

De p(A∪B) = p(A) + p(B) - p(A∩B), tenemos 1 = 3·p(A∩B) + 2·p(A∩B) - p(A∩B) = 4·p(A∩B), de donde p(A∩B) = 1/4.
Luego **p(A) =** 3·p(A∩B) = 3·(1/4) **= 3/4**, y **p(B)** = 2·p(A∩B) = 2·(1/4) **= 1/2**.

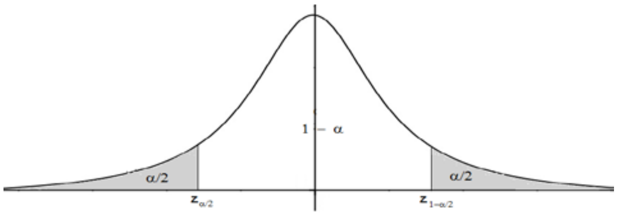
**EJERCICIO 3_B**

Parte 2

(2 puntos) El tiempo que permanece cada paciente en la consulta de cierto medico es una variable aleatoria que sigue una distribución normal con una desviación típica de 4 minutos.
Se ha tomado una muestra aleatoria de 256 pacientes de este médico y se ha encontrado que su tiempo medio de consulta ha sido de 10 minutos. ¿Cuál es el intervalo de confianza, a un nivel del 95%, para el tiempo medio de consulta que se deduce de esta muestra?

**Solución**

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una N(μ, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$), y generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \to N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$




También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$I.C.(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (a,b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = -z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

*También sabemos que la <u>media</u> es $\overline{x}$ = (a + b)/2, el <u>error máximo</u> de la estimación es E = $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, para el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es b – a = 2· $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ = 2·E, de donde E = (b – a)/2, por tanto el <u>tamaño mínimo</u> de la muestra es n = $\left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}.\sigma}{b-a}\right)^2$.*

El tiempo que permanece cada paciente en la consulta de cierto medico es una variable aleatoria que sigue una distribución normal con una desviación típica de 4 minutos.
Se ha tomado una muestra aleatoria de 256 pacientes de este médico y se ha encontrado que su tiempo medio de consulta ha sido de 10 minutos. ¿Cuál es el intervalo de confianza, a un nivel del 95%, para el tiempo medio de consulta que se deduce de esta muestra?

Datos del problema: $\sigma = 4$; n = 256, $\overline{x}$ = 10, nivel de confianza = 95% = 0'95 = 1 - $\alpha$, de donde $\alpha$ = 0'05, es decir $\alpha/2$ = 0'05/2 = 0'025.
De $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 1 - 0'025 = 0'975$. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'975 viene, y que corresponde a $z_{1-\alpha/2}$ = 1'96, por tanto el intervalo de confianza pedido es:

$$I.C.(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(10 - 1'96\cdot\frac{4}{\sqrt{256}}, 10 + 1'96\cdot\frac{4}{\sqrt{256}}\right) = \mathbf{(9'51, 10'49)}.$$