MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-1} \end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{2} \end{pmatrix}$

a) Calcule la matriz A^{2017}**.**

b) ¿Se verifica la expresión $(B+A)\cdot(B-A)=B^2-A^2$ **?.**

SOCIALES II. 2017. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos A^2

$$A^2=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=I_2$$

Luego:

$$A^{2017}=A\cdot A^{2016}=A\cdot\left(A^2\right)^{1008}=A\cdot\left(I_2\right)^{1008}=A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

b) En general, el producto de matrices no es conmutativo, con lo cual, la expresión que nos dan debe ser falsa, ya que, en general: $A\cdot B\neq B\cdot A$

Vamos a ver si en nuestro caso es cierto que $A\cdot B=B\cdot A$

$$A\cdot B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$B\cdot A=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Vemos que son distintos, luego la igualdad es falsa

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix}$ **,** $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ 2 & -2\end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & -2\end{pmatrix}$

a) Razone cuáles de las siguientes operaciones son posibles:

$$A\cdot B^t \qquad B+3C \qquad C\cdot B^t \qquad A\cdot B+C$$

b) Resuelva la ecuación matricial $A\cdot B\cdot X=C$

SOCIALES II. 2017 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)

$A_{(2,3)}\cdot B^t{}_{(2,3)}$ No se puede, ya que el número de columnas de la primera matriz no coincide con el número de filas de la segunda matriz.

$B_{(3,2)}+3C_{(2,2)}$ No se puede, ya que las matrices son de distinto orden.

$C_{(2,2)}\cdot B^t{}_{(2,3)}$ Si se puede, la matriz resultante sería de orden $(2,3)$

$A_{(2,3)}\cdot B_{(3,2)}+C_{(2,2)}$ Si se puede, ya que la matriz resultante de $A\cdot B$ es una matriz de orden $(2,2)$ y se puede sumar con la matriz C

b) Resolvemos la ecuación matricial

$$\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ 2 & -2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & -2\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}1 & -1\\ -2 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & -2\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{pmatrix}a-c & b-d\\ -2a+3c & -2b+3d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & -2\end{pmatrix}\Rightarrow\left.\begin{aligned}a-c&=1\\ -2a+3c&=3\\ b-d&=1\\ -2b+3d&=-2\end{aligned}\right\}\Rightarrow a=6\ ;\ b=1\ ;\ c=5\ ;\ d=0$$

Luego, la matriz que nos piden es: $X=\begin{pmatrix}6 & 1\\ 5 & 0\end{pmatrix}$

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ **,** $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ **,** $C=\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ***y*** $D=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Razone si se pueden efectuar las siguientes operaciones

$$A\cdot D+B\cdot C \qquad D^t\cdot B-A^2$$

b) Halle la matriz *X* que verifica la ecuación matricial $A\cdot X=B-C$**.**

SOCIALES II. 2017 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$A_{(2,2)}\cdot D_{(2,3)}+B_{(2,2)}\cdot C_{(2,2)}$ No se puede, ya que la matriz resultante de $A\cdot D$ es de orden $(2,3)$ y la matriz resultante de $B\cdot C$ es de orden $(2,2)$, con lo cual no se pueden sumar.

$D^t{}_{(3,2)}\cdot B_{(2,2)}-A^2{}_{(2,2)}$ No se puede, ya que la matriz resultante de $D^t\cdot B$ es de orden $(3,2)$ y no se puede restar con A^2 que es de orden $(2,2)$.

b) Resolvemos la ecuación matricial

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} 2a+c & 2b+d \\ -c & -d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} 2a+c &= 3 \\ -c &= 1 \\ 2b+d &= -5 \\ -d &= 1 \end{aligned}\right\}\Rightarrow a=2\ ;\ b=-2\ ;\ c=-1\ ;\ d=-1$$

Luego, la matriz que nos piden es: $X=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}-3 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

a) Calcule A^2+B^3.

b) Calcule X en la ecuación matricial $(A+B)\cdot X = A-B$.

SOCIALES II. 2017 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos A^2+B^3

$$A^2=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 1 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & 4\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & 4\\ 1 & 5\end{pmatrix}$$

$$B^3=\begin{pmatrix}-3 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-3 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-3 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-3 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-27 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$A^2+B^3=\begin{pmatrix}8 & 4\\ 1 & 5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-27 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-19 & 4\\ 1 & 6\end{pmatrix}$$

b) Resolvemos la ecuación matricial

$$\left[\begin{pmatrix}2 & 4\\ 1 & -1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 1 & -1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-3 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}-1 & 4\\ 1 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{pmatrix}-a+4c & -b+4d\\ a & b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}-a+4c=5\\ a=1\\ -b+4d=4\\ b=-2\end{array}\right\}\Rightarrow a=1\ ;\ b=-2\ ;\ c=\frac{3}{2}\ ;\ d=\frac{1}{2}$$

Luego, la matriz que nos piden es: $X=\begin{pmatrix}1 & -2\\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$

a) Justifique cuales de las siguientes operaciones pueden realizarse y, en tal caso, calcule el resultado: A^2 **;** $A-B$ **;** $A\cdot B$ **;** $A\cdot B^t$

b) Halle la matriz X **tal que:** $A^t+B\cdot X=3B$

SOCIALES II. 2017 SEPTIEMBRE EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a)

A^2 : No se puede calcular ya que el número de columnas de la primera matriz no es igual que el número de filas de la segunda matriz.

$A-B$: No se pueden restar ya que no son del mismo orden las matrices

$$A\cdot B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$$

$A\cdot B^t$: No se puede calcular ya que el número de columnas de la primera matriz no es igual que el número de filas de la segunda matriz.

b) Resolvemos la ecuación matricial

$$A^t+B\cdot X=3B\Rightarrow\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 3\\ 3 & 0\\ 3 & 3\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}c & d\\ a & b\\ a+c & b+d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ 3 & -1\\ 2 & 2\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{l}c=-1\\ d=3\\ a=3\\ b=-1\\ a+c=2\\ b+d=2\end{array}\right\}\Rightarrow a=3\ ;\ b=-1\ ;\ c=-1\ ;\ d=3$$

Luego la matriz que nos piden es: $X=\begin{pmatrix}3 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}$