

**SOLUCIONES PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD DEL AÑO 2010-2011 ANDALUCÍA  
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**

**OPCIÓN A**

**EJERCICIO 1**

Sean las matrices  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  y  $D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(a) (1'5 puntos) Resuelva la ecuación matricial  $2.X - C.D = (I_3 + D).C$ .

(b) (1 punto) Si las matrices C y D son las matrices de adyacencia de dos grafos, de vértices a, b, c y 1, 2, 3, respectivamente, haga la representación grafica de dichos grafos.

**Solución**

Sean las matrices  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  y  $D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(a)  
Resuelva la ecuación matricial  $2.X - C.D = (I_3 + D).C$ .

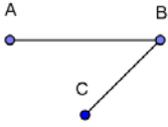
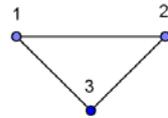
$2.X = C.D + (I_3 + D).C = C.D + C + D.C$ , donde  $X = (1/2)(C.D + C + D.C)$

$C.D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  $D.C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;

$C.D + C + D.C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

Luego  $X = (1/2)(C.D + C + D.C) = (1/2) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(b)  
Si las matrices C y D son las matrices de adyacencia de dos grafos, de vértices a, b, c y 1, 2, 3, respectivamente, haga la representación grafica de dichos grafos.

Matriz  $C = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$ , su grafo es . Matriz  $D = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$ , su grafo es 

**EJERCICIO 2**

Tras un test realizado a un nuevo modelo de automóvil, se ha observado que el consumo de gasolina,  $c(x)$ , expresado en litros, viene dado por la función

$c(x) = 7.5 - 0.05x + 0.00025x^2$ ,

siendo  $x$  la velocidad en km/h y  $25 \leq x \leq 175$ .

(a) (0.5 puntos) Determine el consumo de gasolina a las velocidades de 50 km/h y 150 km/h.

(b) (1 punto) Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función  $c(x)$ .

(c) (1 punto) ¿A que velocidades de ese intervalo se obtiene el mínimo consumo y el máximo consumo y cuales son estos?

**Solución**

Consumo  $c(x) = 7.5 - 0.05x + 0.00025x^2$ , siendo  $x$  la velocidad en km/h y  $25 \leq x \leq 175$ .

(a)

Determine el consumo de gasolina a las velocidades de 50 km/h y 150 km/h.

El consumo a 50 km/h es  $c(50) = 7.5 - 0.05(50) + 0.00025(50)^2 = 5.625$  litros  
 El consumo a 150 km/h es  $c(150) = 7.5 - 0.05(150) + 0.00025(150)^2 = 5.625$  litros  
 (b)  
 Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función  $c(x) = 7.5 - 0.05x + 0.00025x^2$ .

Vemos que la gráfica de la función  $c(x)$  es una parábola con las ramas hacia arriba, por tanto decrece por la izquierda, hasta la abscisa del vértice ( que es un mínimo) y que crece a la derecha de la abscisa del vértice.  
 La abscisa del vértice se obtiene resolviendo la ecuación  $c'(x) = 0$ .

$$c(x) = 7.5 - 0.05x + 0.00025x^2 ; \quad c'(x) = -0.05 + 0.0005x = 0, \text{ de donde } x = 0.05/0.0005 = 100.$$

La función  $c(x)$  decrece en el intervalo  $25 \leq x \leq 100$ .  
 La función  $c(x)$  crece en el intervalo  $100 \leq x \leq 175$ .

(c)  
 ¿A qué velocidades de ese intervalo se obtiene el mínimo consumo y el máximo consumo y cuáles son estos?

Sabemos que los máximos y mínimos absolutos de una función se alcanzan en los extremos del intervalo, 25, 175; y en los puntos que anulan la primera derivada el 100 (la función  $c(x)$  es una función polinómica por tanto es continua y derivable siempre). Entramos con 25, 100 y 175 en  $c(x)$ . El valor mayor será el máximo absoluto, y el valor menor será el mínimo absoluto.

$$\begin{aligned} c(25) &= 7.5 - 0.05(25) + 0.00025(25)^2 = 6.40625 \text{ litros} \\ c(100) &= 7.5 - 0.05(100) + 0.00025(100)^2 = 5.625 \text{ litros} \\ c(175) &= 7.5 - 0.05(175) + 0.00025(175)^2 = 6.40625 \text{ litros} \end{aligned}$$

El valor máximo es de 6.40625 litros y se alcanza en las velocidades de 25 km/h y 175 km/h.  
 El valor mínimo es de 5 litros y se alcanza en la velocidad de 100 km/h.

### EJERCICIO 3

Sean dos sucesos, A y B, tales que  $P(A) = 0.5$ ,  $P(B) = 0.4$  y  $P(A \cap B) = 0.5$ .  
 (a) (1 punto) Halle la probabilidad de que se verifique alguno de los dos sucesos.  
 (b) (0.75 puntos) Calcule la probabilidad de que no se verifique B si se ha verificado A.  
 (c) (0.75 puntos) ¿Son independientes los sucesos A y B? Razone la respuesta.

#### Solución

$$p(A) = 0.5, \quad p(B) = 0.4 \text{ y } p(A \cap B) = 0.5.$$

(a)  
 Halle la probabilidad de que se verifique alguno de los dos sucesos.

$$\text{Me están pidiendo } p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$\text{Sabemos que } p(A \cap B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = 0.5, \text{ de donde } p(A \cap B) = 0.5 \cdot p(B) = 0.5 \cdot 0.4 = 0.2, \text{ luego}$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0.5 + 0.4 - 0.2 = 0.7.$$

(b)  
 Calcule la probabilidad de que no se verifique B si se ha verificado A.

$$\text{Me están pidiendo } p(B^c | A) = \frac{p(B^c \cap A)}{p(A)} = 0.3/0.5 = 3/5.$$

$$\text{Sabemos que } p(B^c \cap A) = p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B) = 0.5 - 0.2 = 0.3$$

(c)  
 ¿Son independientes los sucesos A y B? Razone la respuesta.

**A y B** son sucesos independientes si  $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$ . Como  $p(A \cap B) = 0.2$  y  $p(A) \cdot p(B) = 0.4 \cdot 0.5 = 0.2$ , los sucesos **son independientes**.

### EJERCICIO 4

El director de un banco afirma que la cantidad media de dinero extraído, por cliente, de un cajero automático de su sucursal no supera los 120 euros. Para contrastar esta hipótesis elige al azar 100 extracciones de este cajero y obtiene una media muestral de 130 euros. Se sabe que la cantidad de dinero extraído por un cliente en un cajero automático se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 67 euros.

- (a) (0'5 puntos) Plantee el contraste de hipótesis asociado al enunciado.
- (b) (1 punto) Determine la región de aceptación, para un nivel de significación  $\alpha = 0'05$ .
- (c) (1 punto) Con los datos muestrales tomados, ¿existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis de este director, con el mismo nivel de significación anterior?

**Solución**

(a) , (b) y (c)

Como el director del banco afirma que la cantidad extraída no supera los 120 €, la hipótesis nula que se desea contrastar es  $H_0 : \mu_0 \leq 120$ , frente a la hipótesis alternativa de este contraste que sería  $H_1 : \mu_0 > 120$ , que se opone a hipótesis nula  $H_0$ , que me da el sentido de la región crítica. Es un contraste unilateral.

El *estadístico de prueba* de este contraste es  $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ , que sigue una ley normal  $N(0,1)$ .

En nuestro caso:  $\bar{X} = 130$  €,  $\mu_0 = 120$  €, desviación típica  $\sigma = 67$  €,  $n = 100$ .

*Calculo de la región crítica* para el nivel de significación  $\alpha = 5\% = 0'05$

*El valor crítico* correspondientes  $z_{1-\alpha}$

Sabemos que  $p(Z \leq z_{1-\alpha}) = 1 - \alpha = 1 - 0'05 = 0'95$ , que se mira en la tabla de la distribución Normal  $N(0,1)$ , y vemos que no está en las tablas. Los valores más próximos son 0'94950 y 0'95053. Elegimos 0'94950, que es el más próximo a 0'95 y vemos en la tabla de la  $N(0,1)$  que el valor 0'94950 corresponde a  $z_{1-\alpha} = 1'64$ . Por tanto **el punto crítico es  $z_{1-\alpha} = z_{0'94950} \cong 1'64$** .

Entonces *la región crítica* está formada por los **números reales situados a la derecha del número 1'64**.

*Cálculo del valor observado* del estadístico de contraste:

$$z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{130-120}{67/\sqrt{100}} \cong 1'49254$$

*Resultado del contraste:*

Como *el valor observado*  $z_0 = 1'49254$  **está a la izquierda** de 1'64, porque  $1'49254 < 1'64$ , **estamos en la región de aceptación** correspondiente al nivel 0'05. Por tanto **se acepta la hipótesis nula**  $H_0 : \mu \leq 120$  a este nivel de significación, y rechazamos la hipótesis alternativa.

En consecuencia, se puede afirmar, al nivel 0'05, que **la cantidad de dinero extraída del cajero no supera los 120 €**

**OPCIÓN B**

**EJERCICIO 1**

(2'5 puntos) Una empresa elabora dos productos, A y B. Cada unidad de A requiere 2 horas en una maquina y 5 horas en una segunda maquina. Cada unidad de B necesita 4 horas en la primera máquina y 3 horas en la segunda maquina. Semanalmente se dispone de 100 horas en la primera máquina y de 110 horas en la segunda.

Si la empresa obtiene un beneficio de 70 euros por cada unidad de A, y de 50 euros por cada unidad de B, ¿que cantidad semanal de cada producto debe producir con objeto de maximizar el beneficio total? ¿Cual es ese beneficio?

**Solución**

Llamamos "x" al número de unidades del tipo A.

Llamamos "y" al número de unidades del tipo B.

Para determinar las inecuaciones y la función Beneficio  $F(x,y)$ , ponemos un cuadro de doble entrada que

nos lo simplificará.

Llamamos "x" al número de lotes del tipo A.

	Horas maquina 1	Horas maquina 2	Beneficio unidad
Producto A	2	5	70 €
Producto B	4	3	50 €
Horas por maquina	100 horas	110 horas	$70x+50y$

Teniendo en cuenta lo anterior tenemos las siguientes inecuaciones:

$$2x+4y \leq 100; \quad 5x + 3y \leq 110; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0;$$

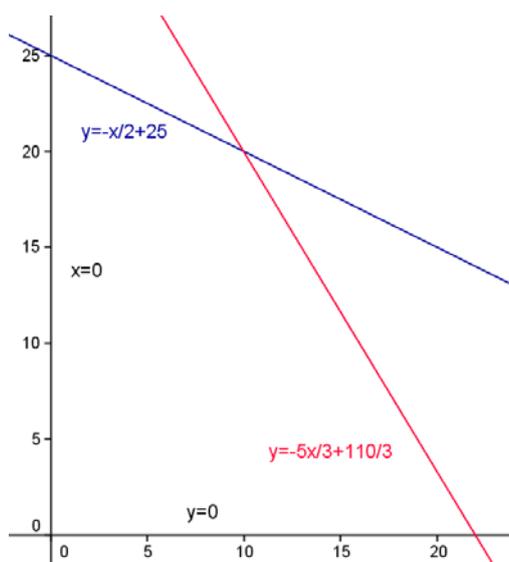
La función beneficio es  $F(x,y) = 70x + 50y$

Para dibujar la región factible o recinto, de cada inecuación despejamos la incógnita "y" para dibujar la recta correspondiente, y después observando las inecuaciones tendremos la región factible.

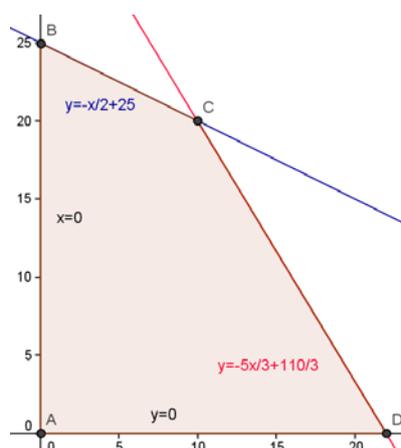
Inecuaciones :             $2x+4y \leq 100; \quad 5x + 3y \leq 110; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0$

Rectas:                     $y = -x/2+25; \quad y = -5x/3+110/3; \quad x = 0$  (eje OY),  $y = 0$  (eje OX)

Dibujamos las rectas



Si nos fijamos en las desigualdades " $y = -x/2+25; \quad y = -5x/3+110/3; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0$ ", vemos que el recinto factible, y los vértices A, C, D y E de dicha región son:



De  $x=0$  e  $y=0$ , Tenemos el punto de corte  $A(0,0)$

De  $y=-x/2+25$  y  $x=0$ , tenemos  $y=25$ , y el punto de corte  $B(0,25)$

De  $y=-x/2+25$  e  $y=-5x/3+110/3$ , tenemos  $-x/2+25=-5x/3+110/3$ , de donde  $-3x+150=-10x+220$ , luego  $7x=70$ , por tanto  $x=10$  e  $y=-(10)/2+25=20$ , el punto de corte  $C(10,20)$ .

De  $y=-5x/3+110/3$  e  $y=0$ , tenemos  $0=-5x/3+110/3$ , de donde  $0=-5x+110$ , es decir  $5x=110$ , luego  $x=22$ , y el punto de corte  $D(22,0)$

El recinto tiene por vértices  $A(0,0)$ ,  $B(0,25)$ ,  $C(10,20)$  y  $D(22,0)$ .

Consideremos la función  $F(x,y) = 70x + 50y$ .

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que la función  $F$  alcanza su máximo y mínimo absoluto en la región acotada, y que este extremo debe estar situado en algún vértice del recinto (o en un segmento, si coincide en dos vértices consecutivos), por lo que evaluamos  $F$  en los puntos anteriores:

$$\begin{aligned} F(0,0) &= 70(0) + 50(0) = 0, & F(0,25) &= 70(0) + 50(25) = 1250, \\ F(10,20) &= 70(10) + 50(20) = 1700, & F(22,0) &= 70(22) + 50(0) = 1540. \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que **el máximo absoluto de la función  $F$  en la región es 1700** (el valor mayor en los vértices) y **se alcanza en el punto  $(10,20)$** .

El mayor beneficio es **1700 €** y **se obtiene elaborando 10 unidades del producto A y 20 unidades del producto B**

## EJERCICIO 2

Se considera la función dada por  $f(x) = \begin{cases} \frac{-2}{x+2} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{2}{x-2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

(a) (1'5 puntos) Estudie la continuidad y la derivabilidad de  $f$ .

(b) (1 punto) Halle las ecuaciones de las asíntotas de esta función.

### Solución

Se considera la función dada por  $f(x) = \begin{cases} \frac{-2}{x+2} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{2}{x-2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

(a)

Estudie la continuidad y la derivabilidad de  $f$ .

$f(x) = \frac{-2}{x+2}$ , es continua en  $\mathbb{R} - \{-2\}$ , por tanto tampoco es derivable en  $x = -2$ . Como esta definida en  $x \leq 0$ , tendremos que estudiar después su continuidad y derivabilidad en  $x = 0$ .

$f(x) = \frac{2}{x-2}$ , es continua en  $\mathbb{R} - \{2\}$ , por tanto tampoco es derivable en  $x = 2$ . Como está definida en  $x > 0$ , tendremos que estudiar después su continuidad y derivabilidad en  $x = 0$

$f(x)$  es continua en  $x = 0$  si  $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

$$f(0) = -2/(0+2) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2}{x+2} = -2/(0+2) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x-2} = 2/(0-2) = -1$$

Como los tres valores son iguales, la función  $f(x)$  es continua en  $x = 0$ .

Recapitulando  **$f(x)$  es continua en  $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$ .**

La derivada de  $f(x)$ , salvo  $x = -2$ ,  $x = 2$  y  $x = 0$  es:

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2}{(x+2)^2} & \text{si } x < 0 \\ \frac{-2}{(x-2)^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$f(x)$  es derivable en  $x = 0$ , si  $f'(0^-) = f'(0^+)$

$$f'(0^-) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2}{(x+2)^2} = 2/(2)^2 = 1/2$$

$$f'(0^+) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2}{(x-2)^2} = -2/(-2)^2 = -1/2$$

Como  $f'(0^-) \neq f'(0^+)$ ,  $f(x)$  no es derivable en  $x = 0$ , luego  **$f(x)$  es derivable en  $\mathbb{R} - \{-2, 2, 0\}$ .**

(b)

Halle las ecuaciones de las asíntotas de esta función.

Como  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-2}{x+2} = -2/0^- = -2/0^- = +\infty$ , la recta  $x = -2$  es una asíntota vertical de  $f(x)$ .

Como  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2}{x-2} = 2/0^+ = 2/0^+ = +\infty$ , la recta  $x = 2$  es una asíntota vertical de  $f(x)$ .

Como  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2}{x+2} = 0 = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x-2} = 0$ , la recta  $y = 0$ , es una asíntota horizontal, tanto en  $+\infty$  como en  $-\infty$ .

### EJERCICIO 3

Una compañía aseguradora realiza operaciones de seguros médicos y de seguros de vida. El 20% de las operaciones corresponde a seguros médicos y el resto a seguros de vida. El porcentaje de operaciones en las que no se producen retrasos en los pagos es del 10% en los seguros médicos y del 15% en seguros de vida.

(a) (1'5 puntos) Halle el porcentaje de operaciones en las que no se producen retrasos en los pagos.

(b) (1 punto) De las operaciones que han sufrido retrasos en los pagos, ¿que porcentaje corresponde a los seguros de vida?

#### Solución

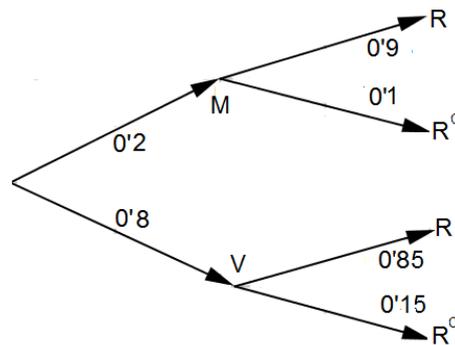
Llamemos M, V, R y  $R^C$  a los sucesos "seguros médicos", "seguros vida", "retrasos en los pagos" y "no retrasos en los pagos".

De "el 20% de las operaciones corresponde a seguros médicos y el resto a seguros de vida", tenemos  $p(M) = 20\% = 0'2$ , y por suceso contrario  $p(V) = 1 - 0'2 = 0'8 = 80\%$ .

De "el porcentaje de operaciones en las que no se producen retrasos en los pagos es del 10% en los seguros médicos y del 15% en seguros de vida",

tenemos  $p(R^C/M) = 10\% = 0'1$  y  $p(R^C/V) = 15\% = 0'15$ .

Todo esto se ve mejor en el siguiente diagrama de árbol (completamos las probabilidades sabiendo que la suma de las que parten de un mismo nodo valen 1).



(a)

Halle el porcentaje de operaciones en las que no se producen retrasos en los pagos.

Aplicando el teorema de la probabilidad total, la probabilidad de que no se produzcan retrasos es:

$$p(R^c) = p(M) \cdot p(R^c/M) + p(V) \cdot p(R^c/V) = (0.2)(0.1) + (0.8)(0.15) = 0.14 = 14\%.$$

(b)

De las operaciones que han sufrido retrasos en los pagos, ¿qué porcentaje corresponde a los seguros de vida?

Aplicando el teorema de Bayes, la probabilidad ó porcentaje pedido es:

$$p(V/R) = \frac{p(V \cap R)}{p(R)} = \frac{p(V) \cdot p(R/V)}{1 - p(R^c)} = \frac{0.8 \cdot 0.85}{1 - 0.14} \cong 0.7906979 = 79.07\%.$$

#### EJERCICIO 4

Se sabe que la estatura de las personas de una población es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal cuya desviación típica es de 0.04 m. Para estimar la media de esta variable se ha tomado una muestra aleatoria de 60 personas de esa población y se ha encontrado una estatura media de 1.73 m.

(a) (1.25 puntos) Obtenga un intervalo de confianza, con un nivel del 97%, para la media de la distribución de estaturas.

(b) (1.25 puntos) Halle el tamaño mínimo que debe tener una muestra de esta población, para que la amplitud de un intervalo de la media con este nivel de confianza sea inferior a 0.08 m.

#### Solución

Sabemos que para la media poblacional  $\mu$  el *estimador* MEDIA MUESTRAL  $\bar{X}$ , sigue una  $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ , y

generalmente escribimos  $\bar{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$  o  $\bar{X} \rightarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$I.C. = \left( \bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

donde  $z_{1-\alpha/2}$  es el *punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada  $Z \approx N(0,1)$  que verifica

$$p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$$

También sabemos que el *error máximo* de la estimación es  $E = z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ , para el intervalo de la media.

Amplitud del intervalo (a,b) es  $b - a$ , en nuestro caso  $\bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2 \cdot z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

En nuestro caso de los datos del problema tenemos desviación típica  $\sigma = 0.04$ , nivel de confianza  $1 - \alpha = 97\% = 0.97$ ,  $n = 60$ ,  $\bar{x} = 1.73$  m, amplitud del intervalo  $< 0.08$  m

(a)

Obtenga un intervalo de confianza, con un nivel del 97%, para la media de la distribución de estaturas.

De  $1 - \alpha = 0.97$ , tenemos  $\alpha = 1 - 0.97 = 0.03$ , de donde  $\alpha/2 = 0.03/2 = 0.015$

De  $p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 1 - 0'015 = 0'985$  mirando en las tablas de la  $N(0,1)$  la probabilidad  $0'975$  vemos que corresponde a  $z_{1-\alpha/2} = z_{0'985} = 2'17$ , por tanto el intervalo de confianza pedido es:

$$I.C = \left( \bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = \left( 1'73 - 2'17 \cdot \frac{0'04}{\sqrt{60}}, 1'73 + 2'17 \cdot \frac{0'04}{\sqrt{60}} \right) = (1'71879; 1'74120)$$

(b)

Halle el tamaño mínimo que debe tener una muestra de esta población, para que la amplitud de un intervalo de la media con este nivel de confianza sea inferior a  $0'08$  m.

De amplitud  $= 2 \cdot z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2 \cdot \left( 2'17 \cdot \frac{0'04}{\sqrt{n}} \right) < 0'08$ , obtenemos  $n > \left[ \frac{2}{0'08} \cdot (2'17 \cdot 0'04) \right]^2 = 4'7089$ , por tanto **el tamaño mínimo de la muestra es  $n = 5$ .**