Ejercicio 1.- En un supermercado, un cliente compra 5 unidades de un producto A, 4 unidades de un producto B y 3 unidades de un producto C, pagando un total de 4.500 pts. Otro cliente compra 2 unidades de A y 2 unidades de C, pagando en total 2.000 pts. Una tercera persona compra en la tienda del barrio, que marca los precios un 10% más caros que el supermercado, 3 unidades del producto A y una de B, pagando un total de 1.210 pts. Se pide:

a) Formular el sistema de ecuaciones asociado al enunciado.
b) Calcular el precio por unidad de cada uno de los productos A, B y C en el supermercado.
c) Calcular el precio de cada uno de estos productos en la tienda del barrio.

Ejercicio 2.- Un almacenista ha mezclado aceite de girasol de coste 130 pts. litro con aceite de oliva de coste 250 pts. litro. La mezcla se vende a 225 pts. litro. Calcular los litros que ha mezclado de cada clase, sabiendo que ha utilizado 10000 litros mas de aceite de girasol y que el 20% del precio de venta de 1 litro de mezcla es su ganancia.

Ejercicio 3.- Un industrial quiere invertir hasta un máximo de 25.000 euros en la elaboración de Plata y Bronce, sabiendo que hay unos gastos fijos de 1.900 euros. El coste de cada kg. de Bronce es de 200 euros y el de cada kg. de plata de 300 euros y los beneficios que se espera obtener son 100 euros por cada kg. de Bronce y 80 por cada kg. de Plata obtenido.

El proceso de fabricación obliga a elaborar un número de kg. de Bronce comprendido entre 1/3 y 3/5 del número de kg. de plata.

a) Representar el recinto formado por las restricciones del problema.
b) Determinar la función objetivo del industrial y calcular el número de kg. de cada tipo que debe elaborar para maximizar su beneficio mensual.

Ejercicio 4.- Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

a) Hallar B de manera que $A \cdot B = I_2$, siendo $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
b) ¿Contradice el resultado anterior el hecho de que una matriz que posee inversa debe ser cuadrada? Justifique la respuesta.

Ejercicio 5.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

a) ¿Existen las matrices inversas de A y B? Justifica la respuesta.
b) Si es posible, calcular dichas matrices inversas.
c) Resolver la ecuación matricial $A \cdot X \cdot A^t = B$ (Siendo A^t la matriz traspuesta de la matriz A).

Ejercicio 6.- Sea la función $f(x,y) = 2x - 3y$ definida en la región

$$\begin{array}{ccc} x - 2y & \leq & 0 \\ 2x - y & \geq & 0 \\ 0 \leq y & \leq & 5 \\ x & \geq & 0 \end{array}$$

a) Representar la región de factibilidad.
b) Hallar el máximo de dicha función.

Ejercicio 7.- las velocidades medias de tres bicicletas (en km/h) vienen dadas por la matriz $V = \begin{pmatrix} 10 \\ 16 \\ 24 \end{pmatrix}$. El número de horas que cada bicicleta pasea viene dado por $H = (3 \ \ 4 \ \ 6)$.

a) Calcular los productos $V \cdot H$ y $H \cdot V$
b) Justificar si las matrices resultantes poseen inversa.
c) Interpretar los valores de los términos de las matrices resultantes.

Ejercicio 8.- La mejora de tierra para usos urbanos cuesta 400 pts. m^2 y para usos agrícolas 300 pts. m^2. Realizando un proyecto de mejora del suelo, el director del proyecto se encuentra con las siguientes condiciones aprobadas en el Ayuntamiento:

a) Se deben mejorar al menos 4000 m^2 de tierra destinados a usos urbanos.
b) Se deben mejorar al menos 5000 m^2 de tierra destinados a usos agrícolas.
c) En total se deben mejorar como máximo 20000 m^2 de tierra destinada a cualquier uso.

Hallar cual es el coste mínimo del proyecto.

Ejercicio 9.- Un río aporta agua a un pantano vacío durante 8 horas, y al mismo tiempo las compuertas están abiertas. El número total de m^3 de agua que contiene el pantano en cada instante de tiempo *h* (medido en horas) será: $N(h) = 80h - 10h^2$.

a) ¿Al cabo de cuanto tiempo el pantano tendrá 100 m^3 de agua?
b) ¿En que instante el pantano contiene un mayor número de m^3 de agua?. ¿Cuántos son?
c) Representa gráficamente la función dada.

Ejercicio 10.- a)Hallar la derivada de la función $f(x) = \text{Ln}\left(\frac{1}{\cos x}\right)$. Simplificar.

b) Dadas dos ciudades A y B situadas a una distancia de 100 km. una de otra. Hallar un punto intermedio C de forma que sea mínima la suma de los cuadrados de las distancias de C a las ciudades A y B respectivamente.

Ejercicio 11.- Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+2} & x < 0 \\ ax+b & 0 \le x \le 3 \\ \frac{1}{x-1} & x > 3 \end{cases}$

a) Determinar a y b para que f(x) sea continua en el intervalo [-1,4]. ¿Es continua en el conjunto de los números reales?
b) Calcular las asíntotas verticales y horizontales.
c) Obtener los valores x de manera que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en ellos, sea -1.

Ejercicio 12.- De una función $f: R \to R$ se sabe que su función derivada es $f'(x) = x^2 - 7x + 10$.
a) Calcular los valores de x en los que f alcanza un extremo relativo y determinar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
b) Determinar si existe algún punto en el que la gráfica de f cambie de cóncava a convexa.
c) Esbozar la gráfica de f entre 0 y 6, sabiendo que f(0) = 1 es un mínimo absoluto en ese intervalo pero f(6) = 7 no es un máximo absoluto en él.

Ejercicio 13.- Sea la función $f(x) = x^3 + ax + b$.
a) Se sabe que la recta tangente a la gráfica de esta función en $x_0 = 1$ pasa por los puntos (0,0) y (-1,9). Obtener el valor de f'(1).
b) Calcular *a* y *b* sabiendo que presenta un máximo en el punto (-2,18).

Ejercicio 14- Una industria fabrica un cierto producto cuyo precio por unidad depende de la cantidad *x* producida al día. La función que determina el precio en euros es:

$$f(x) = -3x + 462; \; 0 < x \le 132.$$

El ingreso total por la venta viene dado por la función $I(x) = x \cdot f(x)$. Se pide:
a) Representar gráficamente la función ingreso y calcular la cantidad producida *x* para la que se obtiene un ingreso total máximo.
b) Calcular el precio por unidad para el que se obtiene dicho ingreso máximo.
c) Hallar dicho ingreso máximo.

Ejercicio 15.- Con los jugadores de un club de fútbol se forman dos equipos para jugar un partido de entrenamiento; entre los dos equipos se reúnen 6 defensas, 8 medios, 6 delanteros y 2 porteros.
El entrenador sabe que en estos partidos, la probabilidad de que se lesione un jugador es 0'22 si es delantero, 0'11 si es medio, 0'055 si es defensa y 0 si es portero.
a) Calcular la probabilidad de que se lesione uno cualquiera de los jugadores en este partido.
b) Si se sabe que un jugador se ha lesionado, determinar la probabilidad de que haya sido un defensa.

Ejercicio 16.- Tras un estudio estadístico en una ciudad se observa que el 70% de los motoristas son varones y, de estos, el 60% llevan habitualmente casco. El porcentaje de mujeres que conducen habitualmente con casco es del 40%. Se pide:
a) Calcular la probabilidad de que un motorista elegido al azar lleve casco.
b) Se elige un motorista al azar y se observa que lleva casco. ¿Cuál es la probabilidad de que sea varón?

Ejercicio 17.- En una ciudad, el 35% vota al partido A, el 45% vota al partido B y el resto se abstiene. Se sabe además que el 20% de los votantes de A, el 30% de los de B y el 15% de los que se abstienen, son mayores de 60 años. Se pide:
a) Hallar la probabilidad de que un ciudadano elegido al azar sea mayor de 60 años.
b) Hallar la probabilidad de que un ciudadano mayor de 60 años se haya abstenido.

Ejercicio 18.- Los alumnos de Primero de Biología tienen que realizar dos pruebas, una teórica y otra práctica. La probabilidad de que un estudiante apruebe la parte teórica es de 0'6, la probabilidad de que apruebe la parte práctica es de 0'8 y la probabilidad de que apruebe ambas pruebas es 0'5.
a) ¿Son independientes los sucesos aprobar la parte teórica y la parte práctica?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno no apruebe ninguno de los dos exámenes?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno apruebe solamente uno de los dos exámenes?
d) Se sabe que un alumno aprobó la teoría. ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe también la práctica?

Ejercicio 19.- En una baraja de 40 cartas.
a) Se toman dos cartas sin reemplazamiento. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean de distinto número?
b) Y si se toman tres cartas, ¿Cuál es la probabilidad de que los tres números sean distintos?

Ejercicio 20.- Tenemos un dado con tres "1", dos "2" y un "3". Lo tiramos dos veces consecutivas y anotamos la suma de los resultados.
a) ¿Cuál es el Espacio Muestral?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea 4?
c) ¿Cuál es la suma más probable? ¿Cuánto vale su probabilidad?

Ejercicio 21.- Tenemos dos dados A y B, ambos trucados. En el dado A hay tres "1" y tres "2" y en el dado B hay dos "1" y cuatro "2". Se elige un dado al azar y se tira.
a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un "1"?
b) Sabiendo que se ha obtenido un "2", ¿Cuál es la probabilidad de que se haya elegido el dado B?

Ejercicio 22.- Una población de tamaño 1000 se ha dividido en 4 estratos de tamaño 150, 400, 250 y 200.
a) Utilizando la técnica de muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional se han seleccionado 10 individuos del tercer estrato. ¿Cuál es el tamaño de la muestra?
b) Utilizando la técnica del apartado anterior se desea seleccionar una muestra de tamaño 20. ¿Cómo debe tomarse dicha muestra?.

Ejercicio 23.- Si una variable aleatoria X obedece a una ley normal de media 10 y desviación típica 2, contesta:
a) Si se toman distintas muestras, todas de tamaño 100, de esa variable X y se considera la nueva variable $\overline{X}$ media muestral, obtener su media y su desviación típica.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que $\overline{X}$ tome valores fuera del intervalo [9,11]?

Ejercicio 24.- Se desea estimar la cantidad media de dinero que los estudiantes de un centro se gastan para el día de San Valentín. Se sabe que la desviación típica de toda la población es de 700 pts., y que una muestra de 49 estudiantes se gastó una media de 2.300 pts.
a) Hallar un intervalo de confianza con un nivel del 95% para la media poblacional.
b) ¿Con que nivel de confianza se puede afirmar que la media de todo el centro está entre 2.050 y 2.550 pts?

Ejercicio 25.- Los pesos de 4.500 estudiantes de Bachillerato de una ciudad están distribuidos normalmente con una media de 56'5 kg. y una desviación típica de 2'5 kg. Si se selecciona al azar una muestra de 16 estudiantes, ¿Cuál es la probabilidad de que tenga una media superior a 58 kg?

Ejercicio 26.- El coeficiente intelectual de los alumnos y alumnas de un centro se distribuye según una ley normal de media 110 y desviación típica 16. Nos proponemos extraer una muestra aleatoria de 25 alumnos.
a) ¿Cuál será la distribución de las medias de las muestras que pueden extraerse?
b) ¿Cuál será la probabilidad de que el coeficiente intelectual medio de los 25 alumnos de la muestra sea superior a 115?
c) Dar el intervalo para la media de los coeficientes intelectuales de la muestra con un nivel de confianza del 99%.

Ejercicio 27.- El número de horas semanales de ocio que los estudiantes de Bachillerato dedican a la lectura sigue una Normal de media 7 horas y varianza 1'44. Tomamos una clase de 36 estudiantes para estudiar su media muestral.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que esta media esté entre 7'3 y 7'6 horas?
b) Si tomáramos 150 muestras de 36 estudiantes cada una, ¿En cuantas de ellas cabría esperar una media muestral inferior a 7'1 horas?

Ejercicio 28.- El coeficiente intelectual de una población sigue una distribución normal con media 100 y desviación típica 12. Se elige al azar una muestra de 16 personas.
a) ¿Qué distribución sigue la media muestral? Justifícalo. ¿Cuál es su media y su desviación típica?
b) Encontrar la probabilidad de que la media de sus coeficientes intelectuales este comprendida entre 98 y 102.