PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD SEPTIEMBRE 2010-2011 ANDALUCÍA
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Instrucciones:
a) Duración:1 hora y 30 minutos.
b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Se considera el recinto R del plano, determinado por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \geq 2;\ \ x + 3y \leq 15;\ \ 3x - y \leq 15;\ \ x \geq 0,\ \ y \geq 0.$$

(a) (1’5 puntos) Represente gráficamente el recinto R y calcule sus vértices.
(b) (0’5 puntos) Halle los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x,y) = 3x + y$ en dicho recinto.
(c) (0’5 puntos) Razone si existen puntos (x,y) del recinto, para los que $F(x,y) = 30$.

EJERCICIO 2

(a) (1’25 puntos) Halle el dominio, los puntos de corte con los ejes, y las asíntotas de la función $f(x) = \dfrac{4x}{2x+1}$.
(b) (1’25 puntos) Halle los intervalos de monotonía, los extremos relativos, los intervalos de curvatura y los puntos de inflexión de la función $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$.

EJERCICIO 3

En un sistema de alarma, la probabilidad de que haya un incidente es 0’1. Si este se produce, la probabilidad de que la alarma suene es 0’95. La probabilidad de que suene la alarma sin que haya incidente es de 0’03.
(a) (1’5 puntos) ¿,Cual es la probabilidad de que suene la alarma?
(b) (1 punto) Si ha sonado la alarma, calcule la probabilidad de que no haya habido incidente.

EJERCICIO 4

Suponiendo que la variable "años de vida de los individuos de un país" sigue una distribución Normal con desviación típica 8’9 años, se desea contrastar la hipótesis de que la vida media de los mismos no supera los 70 años.
A partir de una muestra aleatoria de 100 individuos se ha obtenido que su vida media ha sido 71’8 años.
(a) (0.5 puntos) Formule el contraste de hipótesis que indica el enunciado.
(b) (1 punto) Determine la región critica a un nivel de significación del 5%.
(c) (1 punto) Con los datos muestrales, ¿existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis a ese nivel de significación?

OPCION B

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$,
(a) (1’25 puntos) Efectúe, si es posible, los siguientes productos:

$$A.A^t;\quad A^t.A;\quad A.B$$

(b) (1'25 puntos) Resuelva la siguiente ecuación matricial $A.A^t.X = B$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2-3x+4 & \text{si} \quad x \leq 2 \\ 4 - \dfrac{a}{x} & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$

(a) (1’5 puntos) Halle el valor de a para que dicha función sea continua y estudie la derivabilidad de f para ese valor de a.
(b) (1 punto) Para a = 1, ¿existe alguna asíntota vertical de esa función? ¿y horizontal? Razone las respuestas y calcule, en caso afirmativo, dichas asíntotas.

EJERCICIO 3

Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que:

$$p(A) = 0'4,\ p(B) = 0'5 \text{ y } p(A \cap B) = 0'2.$$

(a) (1’5 puntos) Calcule las siguientes probabilidades: $p(A \cup B)$, $p(A/B)$ y $P(B/A^C)$.
(b) (0’5 puntos) Razone si A y B son sucesos incompatibles.
(c) (0’5 puntos) Razone si A y B son independientes.

EJERCICIO 4

Sea X una variable aleatoria Normal de media 50 y desviación típica 4. Se toman muestras de tamaño 16.
(a) (1 punto) ¿Cual es la distribución de la media muestral?
(b) (1’5 puntos) ¿Cual es la probabilidad de que la media muestral este comprendida entre 47’5 y 52’5?