UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2010-2011 **JUNIO (Específico Modelo 6)**
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(a) (1'2 puntos) Represente gráficamente el recinto determinado por las siguientes inecuaciones

$$6x - y + 9 \geq 0, \quad 2x + 5y - 13 \leq 0, \quad 2x - 3y - 5 \leq 0.$$

(b) (0'9 puntos) Determine los vértices del recinto anterior.

(c) (0'4 puntos) Halle los valores máximo y mínimo de la función $F(x,y) = 3x - 2y + 3$ en el recinto del primer apartado, y especifique en qué puntos los alcanza.

Solución

(a), (b) y (c)

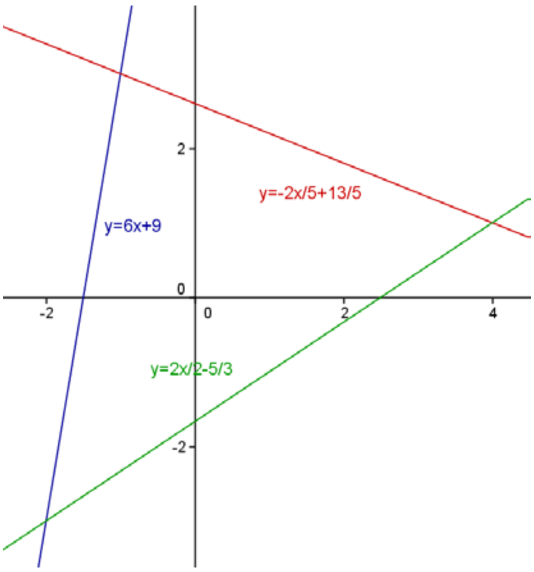
Tenemos las siguientes inecuaciones: $6x - y + 9 \geq 0$, $2x + 5y - 13 \leq 0$, $2x - 3y - 5 \leq 0$.

De las desigualdades pasamos a las igualdades: $6x - y + 9 = 0$, $2x + 5y - 13 = 0$, $2x - 3y - 5 = 0$.

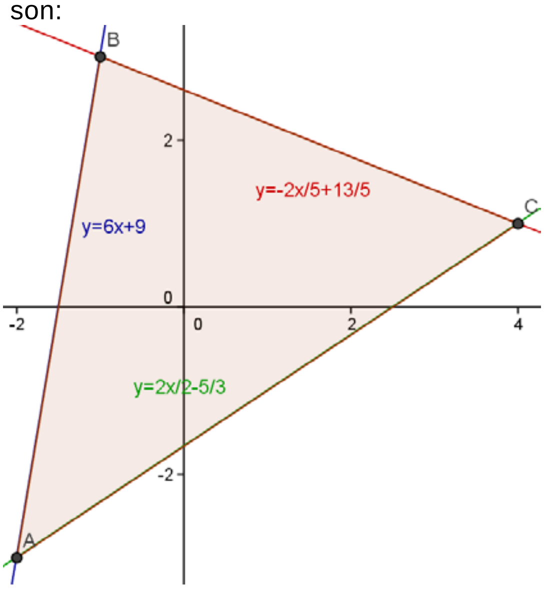
Para dibujar la región factible o recinto, de cada inecuación despejamos la incógnita "y", para dibujar la recta correspondiente, y después observando las inecuaciones tendremos la región y los vértices del recinto.

$$y = 6x + 9, \quad y = -2x/5+13/5, \quad y = 2x/3 - 5/3 .$$

Dibujamos las rectas



Si nos fijamos en las desigualdades "$y \leq 6x + 9$, $y \leq -2x/5+13/5$, $y \geq 2x/3 - 5/3$", vemos que el recinto factible, y los vértices A, B y C de dicha región son:



De y= 2x/3-5/3 e y=6x+9, tenemos 2x/3-5/3 = 6x+9, de donde 2x-5 = 18x+27, es decir 16x = -32, luego x = -2 e y=-3, y el punto de corte es A(-2,-3).

De y= -2x/5+13/5 e y=6x+9, tenemos -2x/5+13/5 = 6x+9, de donde -2x+13 = 30x+45, es decir -32x = -32, luego

x = -1 e y = 6(-1)+9 = 3, y el punto de corte B(-1,3)
De y= -2x/5+13/5 e y=2x/3-5/3, tenemos -2x/5+13/5 = 2x/3-5/3, de donde -6x+39 = 10x-25, es decir 16x = 64, luego x = 4 e y = -2(4)/5+13/5 = 1, y el punto de corte C(4,1).

El recinto tiene por vértices A(-2,-3), B(-1,3) y C(4,1).

Consideremos la función F(x,y) = 3x - 2y + 3.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que la función F alcanza su máximo y mínimo absoluto en la región acotada, y que este extremo debe estar situado en algún vértice del recinto (o en un segmento, si coincide en dos vértices consecutivos), por lo que evaluamos F en los puntos anteriores:

F(-2,-3) = 3(-2) - 2(-3) + 3 = 3, F(-1,3) = 3(-1) – 2(3) + 3 = -6, F(4,1) = 3(4) – 2(1) + 3 = 13.

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que **el máximo absoluto de la función F en la región es 13** (el valor mayor en los vértices) y **se alcanza en el punto (4,1)**, y **el mínimo absoluto de F es -6** (el valor menor en los vértices) y **se alcanza en el punto (-1,3)**.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} -x+4 & \text{si} \quad x < 2 \\ \dfrac{4}{x} & \text{si} \quad 2 \le x < 4 \\ x^2-4x+1 & \text{si} \quad x \ge 4 \end{cases}$

(a) (1 punto) Estudie la continuidad y la derivabilidad de *f*
(b) (0'5 puntos) Determine los extremos locales de *f*
(c) (1 punto) Calcule la ecuación de la recta tangente a la grafica de la función en el punto de abscisa x = 3.

Solución

(a)

Estudie la continuidad y la derivabilidad de $f(x) = \begin{cases} -x+4 & \text{si} \quad x < 2 \\ \dfrac{4}{x} & \text{si} \quad 2 \le x < 4 \\ x^2-4x+1 & \text{si} \quad x \ge 4 \end{cases}$

La función –x+4 es continua y derivable en R, en particular en $(-\infty,2)$.
La función 4/x es continua y derivable en R – {0} (números que anulas el denominador), en particular en (2,4).
La función $x^2 - 4x + 1$ es una función polinómica, por tanto continua y derivable en todo R, en particular en $(4,\infty)$.

Falta estudiar la continuidad en x = 2 y x = 4.

f(x) es continua en x = 2 si $f(2) = \lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x)$.
$f(2) = 4/2 = 2$; $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} (-x + 4) = - 2 + 4 = 2$; $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} (4/x) = 4/2 = 2$. Como los tres valores son iguales, f es continua en "x = 2".

f(x) es continua en x = 4 si $f(4) = \lim_{x\to 2^-} f(4) = \lim_{x\to 2^+} f(4)$.
$f(4) = (4)^2 - 4(4) + 1 = 1$; $\lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4^-} (4/x) = 4/4 = 1$; $\lim_{x\to 4^+} f(x) = \lim_{x\to 4^+} (x^2 - 4x + 1) = (4)^2 - 4(4) + 1 = 1$. Como los tres valores son iguales, f es continua en "x = 4"; por tanto **f es continua en R**.

Veamos la derivabilidad en x = 2 y x = 4.

f(x) es derivable en x = 2 si $\lim_{x\to 2^-} f'(x) = \lim_{x\to 2^+} f'(x)$, estamos viendo la continuidad de la derivada.

$f(x) = \begin{cases} -x+4 & \text{si} \quad x < 2 \\ \dfrac{4}{x} & \text{si} \quad 2 \le x < 4 \\ x^2-4x+1 & \text{si} \quad x \ge 4 \end{cases}$, $f'(x) = \begin{cases} -1 & \text{si} \quad x < 2 \\ \dfrac{-4}{x^2} & \text{si} \quad 2 \le x < 4 \\ 2x-4 & \text{si} \quad x > 4 \end{cases}$.

$\lim_{x\to 2^-} f'(x) = \lim_{x\to 2^-} (-1) = -1$; $\lim_{x\to 2^+} f'(x) = \lim_{x\to 2^+} (-4/x^2) = -4/4 = -1$, como $\lim_{x\to 2^-} f'(x) = -1 = \lim_{x\to 2^+} f'(x)$, **la función f es derivable en x=2**.

f(x) es derivable en x = 4 si $\lim_{x\to 4-} f'(x) = \lim_{x\to 4+} f'(x)$, estamos viendo la continuidad de la derivada.

$\lim_{x\to 4-} f'(x) = \lim_{x\to 4-} (-4/x^2) = -1/4$; $\lim_{x\to 4+} f'(x) = \lim_{x\to 4+} (2x-4) = 8 - 4 = 4$, como $\lim_{x\to 4-} f'(x) = -1/4 \neq 4 = \lim_{x\to 4+} f'(x)$, **la función f no es derivable en x = 4**. **La función f es derivable en R – {4}**.

(b)

Determine los extremos locales de *f*

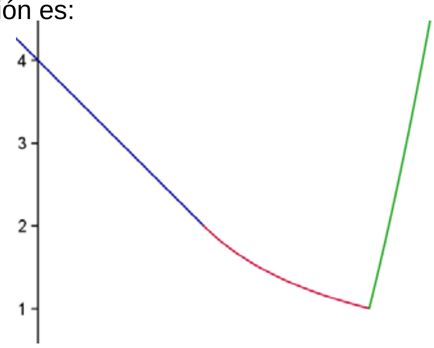
Los extremos locales se encontrarán entre las soluciones de f'(x) = 0, y también en x = 4, porque allí la función no es derivable.

Si observamos la función derivada $f'(x) = \begin{cases} -1 & \text{si} \quad x < 2 \\ \dfrac{-4}{x^2} & \text{si} \quad 2 \leq x < 4 \\ 2x-4 & \text{si} \quad x > 4 \end{cases}$, vemos que la primera y segunda rama no anulan el numerador, luego sólo nos queda la tercera es decir 2x – 4 = 0, de donde x = 2.

En principio tendríamos que estudiar los puntos 2 y 4.

Si nos fijamos en la función $f(x) = \begin{cases} -x+4 & \text{si} \quad x < 2 \\ \dfrac{4}{x} & \text{si} \quad 2 \leq x < 4 \\ x^2-4x+1 & \text{si} \quad x \geq 4 \end{cases}$, observamos que la gráfica de la primera rama –x+4 es una recta de pendiente negativa (derivada -1), es decir decreciente en $(-\infty,2)$. La gralfica de 4/x en (2,4) es el de una hipérbola situada en el primer cuadrante, luego también es decreciente, y **en x = 2, la función es decreciente**, luego no tiene ni máximos ni mínimos relativos. La gráfica de $x^2 - 4x + 1$ es el de una parábola con las ramas hacia arriba y abscisa de su vértice en x = 2 (solución de f'(x) = 0), pero como la parábola está dibujada en $(4,+\infty)$, hay la función es estrictamente creciente. Por tanto por definición **x = 4 es un mínimo relativo, que vale f(4) = 1**.

Aunque no lo piden un esbozo de la función es:



(c)

Calcule la ecuación de la recta tangente a la grafica de la función en el punto de abscisa x = 3.

En x = 3 la función es f(x) = 4/x.

La recta tangente es " y – f(3) = f'(3).(x-3) "

f(x) = 4/x, de donde f(3) = 4/3.

$f'(x) = -4/x^2$, de donde f'(3) = -4/9.

La recta tangente es y - 4/3 = (-4/9).(x-3).

EJERCICIO 3

Un examen consta de una parte teórica y una parte practica. La probabilidad de que se apruebe la parte teórica es 0'7 y la de que se apruebe la parte practica 0'75. Se sabe que el 50% de los alumnos ha aprobado ambas.

(a) (0'75 puntos) Calcule la probabilidad de aprobar alguna de las dos partes.

(b) (0'75 puntos) Calcule la probabilidad de aprobar la parte practica sabiendo que no se ha aprobado la parte teórica.

(c) (1 punto) ¿Son independientes los sucesos "aprobar parte teórica" y "aprobar parte practica"?

Solución

Llamemos T y P a los sucesos "apruebe parte teórica" y "apruebe parte práctica", respectivamente

De la probabilidad de que se apruebe la parte teórica es 0'7, tenemos p(T) = 0'7.

De la probabilidad de que se apruebe la parte práctica es 0'75, tenemos p(P) = 0'75.

De el 50% de los alumnos ha aprobado ambas, tenemos p(T y P) = $p(T\cap P)$ = 50% = 0'5.

(a)

Calcule la probabilidad de aprobar alguna de las dos partes.

Me están pidiendo p(T ó P) = $p(T\cup P) = p(T) + p(P) - p(T\cap P)$ = 0'7 + 0'75 - 0'5 = 0'95.

(b)

Calcule la probabilidad de aprobar la parte practica sabiendo que no se ha aprobado la parte teórica.

Me están pidiendo p(P/noT) = p(P/T^C) = $\frac{p(P\cap T^C)}{p(T^C)} = \frac{p(P)-p(P\cap T)}{1-p(T)}$ = (0'75-0'5)/(1-0'7) ≅ 0'8333

(c)
¿Son independientes los sucesos "aprobar parte teórica" y "aprobar parte practica"?

T y P son sucesos independientes si p(T∩P) = p(T).p(P). Como p(T∩P) = 0'5 y p(T).p(P) = 0'7.0'75 = 0'525, los sucesos T y P **no son independientes**.

EJERCICIO 4
El director de una televisión afirma que un nuevo programa que va a emitirse será visto, al menos, por un 30% de personas. Una vez emitido se realizo una encuesta a 500 personas, elegidas al azar, y esta revelo que 130 de ellas habían visto ese programa.
(a) (0'5 puntos) Formule la hipótesis nula y la alternativa del contraste de hipótesis que permite determinar si los datos de la encuesta realizada son compatibles con la afirmación del director.
(b) (1 punto) Halle la región critica de ese contraste para un nivel de significación del 5'5%.
(c) (1 punto) Según el dato obtenido en el apartado anterior ¿qué conclusión se obtiene sobre la afirmación realizada por el director de esa televisión?

Solución

(a), (b) y (c)

Datos del problema: p_0 = 30% = 0'3; n = 500; $\hat{p}$ = 130/500 = 0'26; α = 5'5% = 0'055

Etapa 1: Las hipótesis nula y alternativa son: H_0: $p_0 \geq$ 0'3 (al menos lo ve un 30%) y H_1: $p_0 <$ 0'3, la cual nos indica la dirección del contraste, es decir la región crítica esta a la izquierda del punto crítico.
Para plantear la hipótesis nula nos basamos en la información previa. El directo dice que por lo menos un 30% de personas ve el programa de TV. Luego es un contraste de hipótesis unilateral.
En la hipótesis alternativa nos dice que la situación es la contraria.
Etapa 2: El nivel de significación es α = 0'055, luego tenemos 1 - α = 0,945.
De $p(Z \leq z_{1-\alpha})$ = 1 - α = 1 – 0'055 = 0'945, mirando en las tablas de la N(0,1), que no apar3ce en las tablas. El valor mas próximo es 0'9452, que corresponde a $z_{1-\alpha}$ = 1'60, con lo cual el **valor crítico** es $z_\alpha = -z_{1-\alpha}$ = -1'60 que separa las zonas de aceptación y rechazo.

Etapa 3 y 4: En este caso el **estadístico de prueba** es Z = $\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0.(1-p_0)}{n}}}$, que sigue una normal tipificada N(0,1), y el **valor observado del estadístico de prueba** será el número $z_0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0.(1-p_0)}{n}}} = \frac{0'26 - 0'3}{\sqrt{\frac{0'3.0'7}{500}}}$ = -1'95.

Etapa 5: Como el **valor observado del estadístico de prueba** z_0 = -1'95 es menor que el **valor crítico** z_α = -1,60, vemos que se encuentra en la zona de rechazo. Por tanto, **tomamos la decisión de rechazar la aceptar hipótesis nula H_0: $p_0 \geq$ 0'3, y aceptamos la hipótesis alternativa H_1: $p_0 <$ 0'3**. Con lo cual con una probabilidad de equivocarnos del 5'5% afirmamos que dicho programa de TV lo verá menos de un 30% de personas..

OPCION B

EJERCICIO 1
(a) (1'5 puntos) Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ y $N^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, razone cuales de las siguientes operaciones tienen sentido y efectúe las que puedan realizarse: M + N^t, M^t.N, M.N.
(b) (1 punto) Un industrial cafetero produce dos tipos de café, natural y descafeinado, en tres modalidades cada uno, A, B y C. Se han anotado en la matriz P los pesos, en kg, del café que el industrial produce de cada una de las modalidades de cada tipo, y en la matriz Q los precios a los que vende el kg de cada producto final:

$$P: \begin{array}{c} \\ \text{natural} \\ \text{descadein.} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 550 & 400 & 240 \\ 260 & 200 & 100 \end{pmatrix} \end{array} \qquad Q: \begin{array}{c} \\ \text{natural} \\ \text{descadein.} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 2'20 & 2'75 & 2'50 \\ 3'20 & 3'90 & 3'60 \end{pmatrix} \end{array}$$

Efectúe el producto P.Q^t y explique el significado económico de cada uno de los elementos de la diagonal principal de la matriz resultante.

Solución

(a)

Dadas las matrices $M=\begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ y $N^t=\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, razone cuales de las siguientes operaciones tienen sentido y efectúe las que puedan realizarse: $M + N^t$, $M^t.N$, $M.N$.

Sabemos que *para poder multiplicar dos matrices el número de columnas de la primera tiene que coincidir con el número de filas de la segunda, y para poder sumarlas tienen que tener el mismo orden.*

$M + N^t = M_{2x3} + N^t_{\mathbf{2}x3}$. En este caso **se puede sumar** y el resultado es una matriz 2x3.

$M + N^t = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

$M^t.N = M^t_{3x\mathbf{2}} .N_{\mathbf{3}x2}$. En este caso **se no puede multiplicar**.

$M.N = M_{2x\mathbf{3}} .N_{\mathbf{3}x2}$. En este caso **se puede multiplicar** y el resultado es una matriz 2x2.

$M.N = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$.

(b) (1 punto) Un industrial cafetero produce dos tipos de café, natural y descafeinado, en tres modalidades cada uno, A, B y C. Se han anotado en la matriz P los pesos, en kg, del café que el industrial produce de cada una de las modalidades de cada tipo, y en la matriz Q los precios a los que vende el kg de cada producto final:

$$P: \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{array}{r} \text{natural} \\ \text{descadein.} \end{array} & \begin{pmatrix} 550 & 400 & 240 \\ 260 & 200 & 100 \end{pmatrix} \end{array} \qquad Q: \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{array}{r} \text{natural} \\ \text{descadein.} \end{array} & \begin{pmatrix} 2'20 & 2'75 & 2'50 \\ 3'20 & 3'90 & 3'60 \end{pmatrix} \end{array}$$

Efectúe el producto $P.Q^t$ y explique el significado económico de cada uno de los elementos de la diagonal principal de la matriz resultante.

$$P.Q^t = \begin{pmatrix} 550 & 400 & 240 \\ 260 & 200 & 100 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 2'20 & 3'20 \\ 2'75 & 3'90 \\ 2'50 & 3'60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2910 & 4184 \\ 1372 & 1972 \end{pmatrix}$$

El elemento a_{11} = 2910 es el resultado de multiplicar los kilos de café natural de cada tipo, por el precio del kilo de cada tipo y sumarlos, por tanto 2910 son lo euros totales que ha pagado por todo el café natural adquirido.

El elemento a_{22} = 1972 es el resultado de multiplicar los kilos de café descafeinado de cada tipo, por el precio del kilo de cada tipo y sumarlos, por tanto 1972 son lo euros totales que ha pagado por todo el café descafeinado adquirido.

EJERCICIO 2

(2'5 puntos) Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{2^x + x^2}{x}; \quad g(x) = (x^2 +1)^2 - \ln(e^{3x} + 4); \quad h(x) = \frac{1}{3x} - \frac{5}{x^2 - 2}$$

Solución

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{2^x + x^2}{x}; \quad g(x) = (x^2 +1)^2 - \ln(e^{3x} + 4); \quad h(x) = \frac{1}{3x} - \frac{5}{x^2 - 2}$$

Recordamos algunas derivadas y reglas de derivación. También algo sobre extremos absolutos

$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$; $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x).g(x) - f(x).g'(x)}{(g(x))^2}$; $((f(x)^k)' = k.f(x)^{k-1}.f'(x)$;

$(a^x)' = a^x.\ln(a)$; $(e^{kx})' = k.e^{kx}$; $(x^k)' = k.x^{k-1}$; $(\ln(f(x)))' = \frac{f'(x)}{f(x)}$; $(k)' = 0$.

$f(x) = \frac{2^x + x^2}{x}$;

$f'(x) = \frac{2^x.\ln(2).(x^2) - 2^x.(2x)}{(x)^2} = \frac{2^x\left(\ln(2).(x^2) - 2x\right).}{(x)^2}$

$g(x) = (x^2 + 1)^2.\ln(e^{3x} + 4)$

$g'(x) = 2.(x^2 + 1)^1.(2x).\ln(e^{3x} + 4) + (x^2 + 1)^2.\frac{3.e^{3x}}{e^{3x} + 4} = (4x^3 + 4x).\ln(e^{3x} + 4) - \frac{3.e^{3x}.(x^2+1)^2}{e^{3x} + 4}$.

$h(x) = \frac{1}{3x} - \frac{5}{x^2 - 2}$

$h'(x) = \frac{-1}{3x^2} - \frac{-10x}{(x^2-2)^2} = \frac{-1}{3x^2} + \frac{10x}{(x^2-2)^2}$

EJERCICIO 3

Pedro vive en una ciudad donde el 40% de los días del año hay riesgo de lluvia y el resto no lo hay. Cuando hay riesgo de lluvia, Pedro coge el paraguas un 98% de las veces y cuando no lo hay, un 5% de las veces. Si se selecciona un día del año al azar,

(a) (1'25 puntos) ¿cuál es la probabilidad de que Pedro no haya cogido el paraguas ese día?

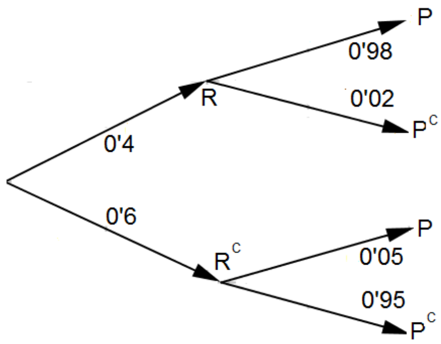
(b) (1'25 puntos) ¿cuál es la probabilidad de que exista riesgo de lluvia, si sabemos que ese día Pedro ha cogido el paraguas?

Solución

Llamemos R, R^C, P y P^C a los sucesos "riesgo de lluvia", "no riesgo de lluvia", "coge paraguas" y "no coge paraguas".

De "el 40% de los días del año hay riesgo de lluvia", tenemos p(R) = 40% =0'4, y por suceso contrario $p(R^C)$ = 0'6.
De "cuando hay riesgo de lluvia, Pedro coge el paraguas un 98% de las veces", tenemos p(P/R) = 98% = 0'98.
De "cuando no hay riesgo de lluvia, coge el paraguas un 5% de las veces", tenemos $p(P/R^C)$ = 5% = 0'05.

Todo esto se ve mejor en el siguiente diagrama de árbol (completamos las probabilidades sabiendo que la suma de las que parten de un mismo nodo valen 1).



(a)

¿cuál es la probabilidad de que Pedro no haya cogido el paraguas ese día?

Aplicando el teorema de la probabilidad total, la probabilidad de que Pedro no coja el paraguas es:

$$p(P^C) = p(R).p(P^C/R) + p(R^C).p(P^C/R^C) = (0'4)(0'02) + (0'6)(0'95) = 0'578.$$

(b)

¿cuál es la probabilidad de que exista riesgo de lluvia, si sabemos que ese día Pedro ha cogido el paraguas?

Aplicando el teorema de Bayes, la probabilidad de que si ha sonado la alarma, no haya habido incidente es:

$$p(R/P) = \frac{p(R \cap P)}{p(P)} = \frac{p(R).p(P/R)}{1-p(P^C)} = \frac{0'4.0'98}{1-0'578} \cong 0'929.$$

EJERCICIO 4

El peso neto de las tabletas de chocolate de una determinada marca es una variable aleatoria Normal con media μ y desviación típica 7 gramos. Se sabe que 36 tabletas, elegidas al azar, han dado un peso total de 5274 gramos.

(a) (1'25 puntos) Calcule un intervalo con un nivel de confianza del 94% para la media μ.

(b) (1'25 puntos) Con el mismo nivel de confianza, ¿cuántas tabletas, como mínimo, habrá que tomar como muestra para que la amplitud del intervalo que se obtenga sea, como máximo, de 3 gramos?

Solución

(a)

Calcule un intervalo con un nivel de confianza del 94% para la media μ.

Sabemos que si una variable aleatoria X sigue una normal N(μ,σ), la distribución muestral de medias $\overline{X}$ sigue una normal N(μ, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$).

Datos σ = 7; n = 36; Peso total = 5274 entre 36 tabletas, $\mu(\overline{X}) = \mu$ = 5274/36 = 146'5 = $\overline{x}$

Para construir el intervalo:

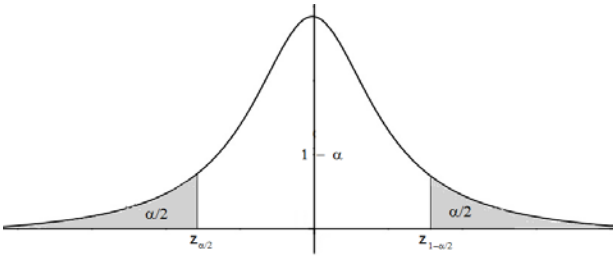
- Se elige un *estimador* del parámetro que se desea estimar ($\overline{X}$ para **μ**), en nuestro caso es de la media, luego es $\overline{x}$=146'5.
- Se elige *un nivel de confianza 1 – α* con el que se desea construir el intervalo, que nos lo dan y es del 94%, es decir

$1-\alpha = 94\% = 0'94$, de donde $\alpha = 0'06 = 6\%$ como *nivel de significación*.

- El intervalo centrado en el estadístico $\bar{x}$ obtenido en la muestra sería:

$$I.C. = I(\mu) = \left(\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right), \text{ para estimar } \mu.$$

Donde $z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ tal que $p(|Z| < z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha$.
De esa igualdad se deduce que $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$, que se mira en la tabla de la Normal N(0,1), y nos dará el correspondiente valor crítico $z_{1-\alpha/2}$.



$p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - (0'06)/2 = 0'97$, mirando en la tabla de la N(0,1) vemos que el valor más próximo a 0'97 es 0'9699, que corresponde a $z_{1-\alpha/2} = 1'88$. Por tanto **el intervalo de confianza pedido es**

$$I.C. = I(\mu) = \left(\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = \left(146'5 - 1'88 \cdot \frac{7}{\sqrt{36}}, 146'5 + 1'88 \cdot \frac{7}{\sqrt{36}} \right) \cong \mathbf{(144'3067;\ 148'6933)}$$

(b)
Con el mismo nivel de confianza, ¿cuántas tabletas, como mínimo, habrá que tomar como muestra para que la amplitud del intervalo que se obtenga sea, como máximo, de 3 gramos?

Si me dan el mismo intervalo de confianza $1-\alpha = 0'94$, sabemos que $z_{1-\alpha/2} = 1'88$.
La amplitud de un intervalo (a, b) sabemos que es "b-a", y me dicen que como máximo es 3, luego:

$$\left(146'5 + 1'88 \cdot \frac{7}{\sqrt{n}}\right) - \left(146'5 - 1'88 \cdot \frac{7}{\sqrt{n}}\right) = \left(2 \cdot 1'88 \cdot \frac{7}{\sqrt{n}}\right) = \frac{26'32}{\sqrt{n}} < 3, \text{ de donde } n > \left(\frac{26'32}{3}\right)^2 \cong 76'97,$$

por tanto **el tamaño de la muestra ha de ser como mínimo "n = 77"** con un nivel de confianza del 94%.